

ЛЕКЦИИТЕ И СЕМИНАРНИТЕ УПРАЖНЕНИЯ ПО МАТЕМАТИКА ВЪВ ВИСПИТЕ УЧИЛИЩА КАТО СИСТЕМИ ОТ ДЕЙНОСТИ

Илия Д. Гюдженев

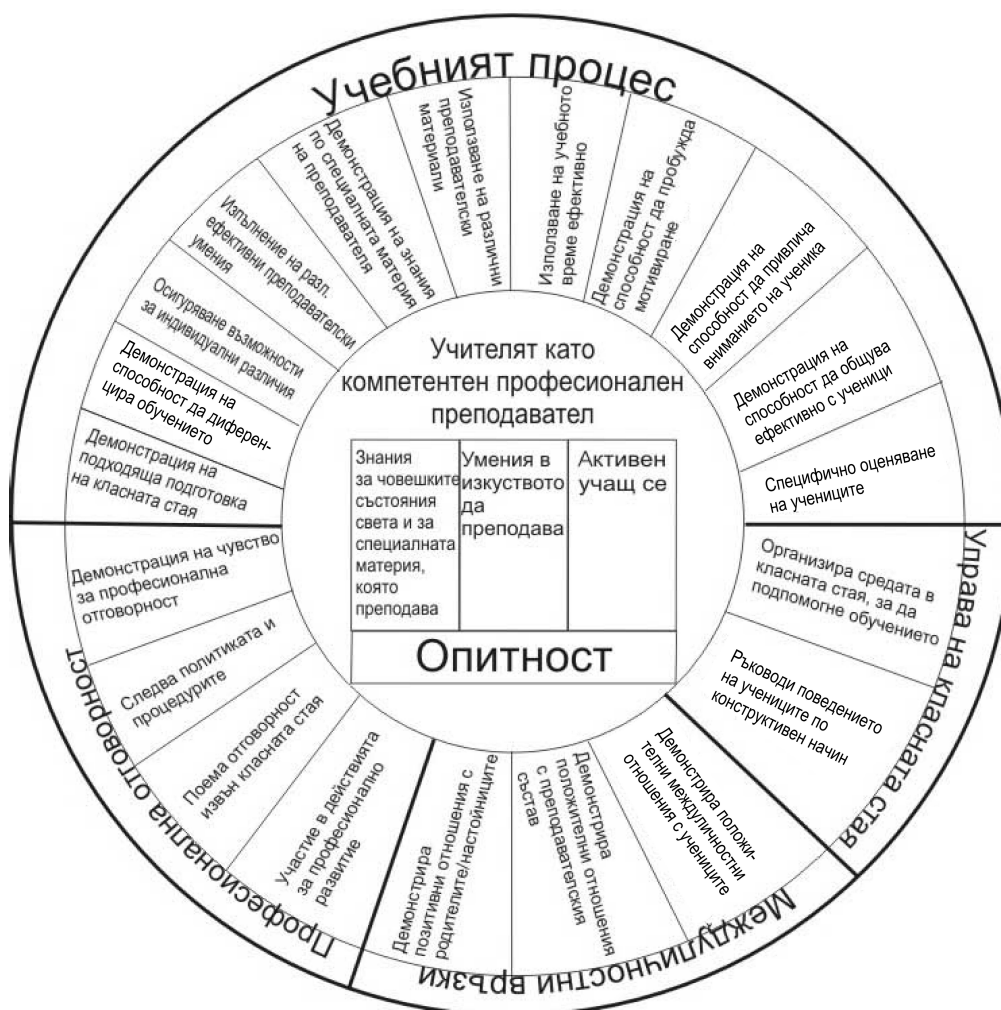
В доклада е дадена една възможност обучението по математика във висшите училища да се разглежда като система от учебни дейности. Тъй като обучението се извършва в две форми (лекции и семинарни упражнения), то за всяка от тях са посочени учебните дейности, които се извършват. Дадената система може да бъде допълвана.

1. Дейностният подход в науката . Проблемът за дейностния подход като основен научен проблем в науката психология в световен мащаб се наложи главно през втората половина на XX в. Естествено обаче, там той се разглежда твърде общо, защото трябва да обхваща дейностите във всички области. А добре известно е, че много от общите знания са недостатъчни за ефективното изследване и управление на явленията от различните конкретни области. Затова специалисти от тези области, като използват постиженията в по-общите области, провеждат и самостоятелни изследвания, отчитащи специфичните особености на конкретните области. Една от въпросните по-тесни области е и обучението по математика. Затова през последните 30 години специалисти по методика на обучението по математика също се опитват да провеждат самостоятелни изследвания, отчитащи спецификата на обучението по математика.

2. Опити за въвеждане на система от дейности в обучението по математика. За началото на такива опити в [3] авторът разказва, че за пръв път у него идеята за по-цялостно обновяване и описване на основните дейности в урока по математика се заражда през 1974 г., когато изпълнявайки служебните си задължения като главен инспектор по математика в МНП, наблюдава различни уроци. Първи опит за реализация на тази идея той прави в статията [4]. Сериозен стимул за по-нататъшно задълбочено разработване от него на същата идея е докладът на немския математик-методик Х. Г. Щайнер на тема: “Какъв опит и разбиране на математиката трябва да има учителят по математика?”. Докладът е изнесен на проведена в унгарския град Печ международна конференция от 23 до 27 август 1977 г. Конференцията е по проблема на подготовката и усъвършенствването на учителите по математика. В доклада си Щайнер обосновава твърдението, че вече са назрели условия за систематизиране и описване на основните учебни дейности на учителите и учениците в уроците по математика. “Получената по този начин разработка

ще може да се използва като стратегия при обучението и ще позволи на учителите да предвидят какво ще стане в клас по време на обучението, как учащите се ще възприемат материала, каква активност ще предизвика той у тях”.

Интересно е да се отбележи, че през последните две десетилетия в Югоизточния щатски университет в Мисури е разработена следната система от професионални умения, които трябва да притежава учителят:



За формирането на тези професионални умения естествено е разработена и съответна система от учебни дейности.

Друг интересен източник, в който при третирането на проблема “Методи на обучение и структура на Математическия факултет при Софийския университет” се засяга, макар и твърде общо, и проблемът за извършваните дейности в лекциите и семинарните упражнения по математика е [7].

За да можем да оценим изложеното до тук за направеното до сега във връзка с проблема, поставен в темата, ще припомним трите основни етапа, представени в [5], за развитието на научните знания:

1. Зараждане на научни елементи в практическите дейности на хората;
2. Отделяне на научните елементи от практическите дейности, в които те са се зародили и превръщане на тези елементи в обект на самостоятелно изследване, задълбочаване и разширяване;
3. Разработване на принципи и подходи за структуриране на научните знания, постигнати през втория етап и издигане на същите в задължителна норма за представяне, както на старите, така и на новополучените знания.

Нашите лични наблюдения и опит като преподавател в ЮЗУ “Неофит Рилски” и изложеното накратко по-горе показват, че до сега не само са се зародили научни елементи, свързани с интересувания ни проблем, но такива елементи вече се отделят от учебната практика в училища и се обособяват във варианти на конкретни теории. Такива са изложени в [3] и в [8] съответно за IV клас и за VII-XII клас. В [8] са насочени следните основни дейности.

1. Подготовка на учениците за усвояване на нови знания и умения
2. Въвеждане на нови понятия или твърдения.
3. Усвояване на алгоритми за извършване на математически операции.
4. Поддържане на стари знания и умения.
5. Проверка на знанията и уменията на всеки ученик от учителя.

В [3] са посочени следните основни групи от учебни дейности:

1. Подготовка на вътрешните условия за усвояване на нови знания.
2. Въвеждане на нови понятия.
3. Усвояване на понятията чрез изучаване на две групи теореми за тях (теореми – свойства и теореми-признаци).
4. Оперирание с понятията, дефинициите и теоремите (решаване на задачи, доказване на теореми, дефиниране на понятия).
5. Поддържане и задълбочаване на стари знания и умения.
6. Проверка на знанията и уменията.

Сравняването на тези две групи от дейности показва, че в основната си част, “те се повтарят”, но има и различие, както в някои от формулировките, така и в броя им. Например в първата група от дейности липсват дейностите, свързани с изучаването на теоремите, тъй като в IV клас не се изучават теореми. Освен това в т. 3 от първата група дейности се набляга на усвояването на алгоритмите за извършване на математически операции, които заемат централно място в началното училище, а в горния курс техническите процедури отстъпват място на дедуктивните разсъждения.

По-детайлното изследване на дейностите в трите училищни степени показва, че даже в една и съща училищна степен има нюанси и в конкретните учебни дейности в зависимост от възрастта на учениците, характера на учебното съдържание и използваните средства за представянето му. Казаното естествено важи и за учебните математически дейности в предучилищното възпитание и висшите училища. Нашите проучвания показват, че и в тези две учебни степени вече са се зародили научни елементи, в методиката и организацията на обучението по математика, които могат също да се отделят от практиката на учебния процес и да станат обект на

самостоятелно изучаване. Тъй като в ЮЗУ “Неофит Рилски” имаме претенциите да разработваме дидактически проблеми по математика за всички степени на обучение по математика, решихме да създадем Лаборатория по дидактика на обучението във висшите училища. Една от целите на тази лаборатория е да разработва проблеми от методиката на обучението по математика във висшите училища и да осигурява популяризиране на направените разработки чрез подходящи форми на обучение на новопостъпващите в университета преподавателски кадри. Цел на настоящия доклад фактически е да аргументираме и да представим на математическата колегия една “първа итерация” на вариант от учебни дейности в лекциите и семинарните упражнения по математика във висшите училища. При разработването на този вариант са използвани цитираните по-горе в литературата източниците [3] и [8] две системи от основни учебни дейности по математика в училище, личният ни опит, опитът на колегите ни в момента и на нашите преподаватели от студентските години.

Поради наложилата се традиция останала, като наследство от Бел-Ланкарстерската система, във висшите училища обучението да се извършва в две организационни форми – лекции и упражнения, целесъобразно е тук основните учебни дейности да се разделят на две групи:

- основни учебни дейности в лекциите по математика във висшите училища;
- основни учебни дейности в семинарните упражнения по математика във висшите училища.

3. Основни учебни дейности в лекциите по математика във висшето училище.

1. Подготовка на вътрешните условия за усвояване на нови знания и умения.

1.1. Актуализация на основните стари знания и умения, които ще се използват при разработване (излагане, изясняване) на новите знания;

1.2. Даване на знания и формиране на умения, които ще се използват при изясняването на новото, а по програма не се предвижда тяхното явно изучаване;

1.3. Мотивиране на новото (в началото или в хода на изложението) чрез използване на:

1.3.1. Проблеми от други учебни дисциплини или практиката, за чието решаване са нужни съответните нови знания;

1.3.2. Чисто математически задачи за решаването на които са нужни знания и предстоящата за изучаване тема;

1.3.3. Примери от историята на математиката.

2. Въвеждане на нови понятия

2.1. Естествено довеждане на студентите, съобразно с подготовката, която те имат, до новите понятия и техните дефиниции в зависимост от характера им;

2.1.1. Ако родовото понятие или видовата отлика не са добре познати на студентите, използване на подходящи познати частни случаи, чрез чието сравнение и обобщение се достига до новото;

2.1.2. Ако родовото понятие и видовата отлика са добре познати, даваме направо дефиницията.

2.2. Затвърдяване на дефиницията чрез решаването на задачи с кратки решения за неговото непосредствено приложение.

3. Изучаване на понятието чрез изучаване на теореми, осигуряващи необходими условия, достатъчни условия или необходими и достатъчни условия за разпознаване на обекти от обема на понятието.

3.1. Въвеждане и изучаване на теоремите.

3.1.1. При студенти от първи курс или приети с нематематически конкурсен изпит

- по възможност довеждане на същите до новите теореми чрез сравняване и обобщаване на подходящи конкретни задачи;

- ясно разграничаване условието от заключението на теоремата, ако тя е от вида $p \rightarrow q$, а ако е от вида $p \leftrightarrow q$, представяне на същата с конюнкцията $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ и правене на извод за това, че трябва да се докаже поотделно всяко от твърденията $(p \rightarrow q)$ и $(q \rightarrow p)$.

3.1.2. Доказване на теоремата (ако е предвидено да се разглежда нейно доказателство):

- при студенти от първи курс или приети с нематематически конкурсен изпит по възможност и устно набелязване първо стратегия за доказването ѝ чрез използване схемата на Пап за анализ на доказателства, а след това записване на самото доказателство по схемата за синтеза.

3.1.3. Извод за случаите, в които може да се използва теоремата и илюстрация на използването ѝ чрез решаването на задачи с кратки решения.

4. Основни учебни дейности в подготовката и провеждането на семинарните упражнения по математика във висшите училища.

1. Предварителни дейности, осигуряващи подготовката на решаването на задачи в семинарните упражнения.

1.1. За всяко семинарно занятие предварително възлагане на студентите в предходното занятие или на лекциите да се подготвят за него чрез изучаване и запаметяване на преподаваните в лекциите дефиниции и теореми, върху които ще се проведе упражнението.

1.2. В началото на всяко занятие провеждане на фронтална беседа върху теорията, която ще бъде упражнявана. Обръщане специално внимание на изводите, направени в лекциите за дейностите, които може да се извършват чрез използването на новите дефиниции и теореми, включително и формули и “присъединяване” на същите към “старите” дефиниции и теореми, чрез които може да се извършат същите дейности.

1.3. При студенти с недостатъчно развити способности за разсъждаване с дефиниции и теореми (включително формули) въвеждане и използване на индивидуални тетрадки-справочници, в които “в движение” дефинициите и теоремите (включително и формулите) се синтезират в системи около понятията, за които те се отнасят, т. е. се систематизират по предназначение*. Тази дейност успешно може да се осъществява и чрез използване на съвременните персонални компютри, където се записват, както в тетрадките-справочници, съответните теореми и дефиниции.

1.4. Ясно разграничаване и предварително планиране на задачи за колективно решаване с цялата група, за решаване или обсъждане на решенията в подгрупи

* Дейност от този вид до сега осъзнато е провеждана в обучението по математически анализ чрез съставянето и използването на таблици за намиране производни и интеграли на основни функции.

в учебната група, за самостоятелно решаване с или без използване на диалогово-обучаващи програми и персонални компютри.

1.5. При подбирането и подреждането на задачите за семинарните упражнения реализиране на идеята за осъзнато разширяване “зоната на актуално развитие на студентите чрез използване на системи от задачи със систематизиращи фактори понятието “задача-компонента” или познавателните методи “сравнение” и “обобщение”.

1.6. Подбиране на задачите за решаване в семинарните упражнения така, че да се осигурява равностойно упражняване на всички изучавани дефиниции и теореми.

1.7. За формиране на умения за използване на математически знания в нематематически области през втория етап на семинарните упражнения за затвърдяването на знанията и уменията за използването им, включване в упражненията на нематематически задачи, които се решават чрез моделиране с математически задачи.

1.8. За поддържане и задълбочаване на стари знания и умения, също през втория етап на семинарните упражнения, включване в същите на задачи, в решенията на които се налага използване на такива знания.

1.9. За подготовка на вътрешните условия за усвояване на нови знания и умения в лекциите включване през втория етап на семинарните упражнения решаване на задачи, чрез които се провежда пропедевтика на съответните нови знания и умения.

2. Дейности при решаването на задачи в семинарните упражнения

2.1. Редовно насочване на студентите към използване на анализ по схемата на Пап при решаване на задачи, чиито решения не са близки или аналогични на решения на вече решавани задачи;

2.2. В случаи на “блокиране” при откриване на импликация, осигуряваща някакво достатъчно условие (когато се извършват аналитични разсъждения по схемата на Пап), учене на студентите да се насочват към подходяща система от начини за извършване на съответната дейност, фиксирана в тетрадка-справочник или компютърна справочна програма.

2.3. Подчертаване общото в решенията на всяка относително самостоятелна дидактическа система от задачи и очертаване на целия клон от задачи, които може да се решават по съответния характерен за разглежданата система от задачи начин за решаване;

2.4. Заостряне вниманието на студентите върху допуснати грешки, включително и провокирани типични такива, и учене на студентите чрез тях;

2.5. Многократно повтаряне на често използвани математически и моделиращи действия до тяхното автоматизиране чрез включването им в математически и в нематематически дейности.

3. Проверка на знания и умения по време на семинарните упражнения и отчитане участието на студентите по време на занятията

3.1. Оценяване на студентите върху теоретичните знания необходими за провеждане на семинарните упражнения чрез устно препитване или кратки контролни работи (тестове).

3.2. Оценяване на уменията на студентите за решаване на задачи.

3.2.1. Решаване на задачи по време на семинарните упражнения.

3.2.2. Разработване и представяне на индивидуални домашни работи.

3.2.3. Разработване на курсови задания по определена тема или система от задачи.

3.3. Оценяване уменията на студентите:

- да оперират свободно с математическата терминология;
- да съставят задачи;
- да реферират при проучване на определени публикации по определена тема;
- да откриват грешки в решения на задачи и доказателства на теореми.

Изрично ще отбележим, че това са дейности, които съвсем не се срещат задължително съответно във всяка лекция или във всяко семинарно упражнение. Основната част от дейностите, обаче, както и в училище, що се отнася до предварителната подготовка на студентите за новите знания, които са съществено различни от усвояваните от тях преди това, а също и до организацията на дейностите за подбора и решаването на задачите се среща в една или друга степен в различните висши училища, особено в първите курсове. Ще подчертаем изрично, че съществена разлика за различните специалности трябва да има в изора на така наречените задачи с приложен характер. Разлика трябва да има и при решаването им. В нематематическите специалности ударението трябва да се поставя в съставянето на математически модели на решаването на приложните задачи, а решаването на получените математически задачи – модели е целесъобразно да се извършва чрез използване на компютри в “директен режим”.

В математическите специалности ударението трябва да се поставя върху решаването на математически задачи. Тук също може да се използват персонални компютри, но само за извършване на сложни технически и по принцип добре познати на студентите дефиниции и теореми (вкл. и формули). Освен това целесъобразно е персонални компютри да се използват предимно чрез подходящи диалогови обучаващи програми, които не излагат готови решения, а “учат” студентите как да използват новите за тях теоретични знания. За съжаление сега почти няма за висшето училище подходящи за целта такива обучаващи програми, но по примера на вече изработваните за училище диалогови обучаващи програми, надяваме се, че ще започнат да бъдат изработвани такива и за висшите училища. Естествено и тук, както и в училище, поради голямото разнообразие на конкретните ситуации някакво алгоритмично предписание за използването на компютрите и предложените по-горе дейности не може да се даде.

Предложените системи от учебни дейности в лекциите и упражненията по математика във висшите училища разглеждаме като отворени. Това означава, че всеки преподавател може да добавя към тях нови, а други – да не използва. Освен това той може да представя и упражнява различните дейности по-уедрено или с по-големи детайли в зависимост от равнището на уменията на студентите, а също и от равнището на собствената си подготовка.

Ограниченото време на доклада не позволява да направим по-пълно сравнение на цитираните по-горе системи от учебни дейности по математика в училище с предложения тук вариант на система от учебни дейности по математика.

Заключение. Предложеният подход за представяне на лекциите и семинарните упражнения като системи от дейности не е изолирано явление. Той се използва, може би не съвсем осъзнато в някои области още от най-стари времена. Интересно е обаче, че от когато е започнато той да бъде прилаган, от тогава за съответната област започват да се натрупват системи от свързани знания, т.е. да се изгражда

наука за тази област. В [3] той е наречен “принцип за поелементност, повторяемост и зависимост”. Ще си позволим да припомним, че за различни области той се реализира в различни исторически етапи.

Например наука за езика започва да се изгражда тогава, когато е забелязано, че зад голямото количество от думи стоят малко на брой повтарящи се звуци (обикновено от 30 до 40). Тогава се появяват азбуките и се преминава от несвършеното иероглифно писане към писането на думите с букви, от думите се образуват по-сложни образувания – изречения; от изреченията се получават по-големи или по-малки текстове.

Аналогично, химията става наука фактически когато се забелязва, че зад голямото многообразие от обекти в живата и неживата природа стоят определен неголям брой елементи – отначало 60, после 70 и т. н. докато се достигне днес до 110 или 112.

По подобен начин стоят нещата и в геометрията. В Древен Вавилон и в Древен Египет жреците разглеждат само “цели” геометрични фигури или тела: прави или полегнали полета, насипи, ровове, кошници (полусфери), погребални съоръжения (пирамиди). В Древна Гърция започват да разглеждат тези фигури или тела като съставени от точки, отсечки, ъгли, други равнинни фигури и пр.

В началото този подход се появява и използва неосъзнато и стихийно. Впоследствие обаче отделни учени започват да го прилагат осъзнато и го превръщат в стил на работата си. По този начин от стихийно натрупаните знания постепенно осъзнато се оформят системи от знания. С други думи, на съвременен език казано, започва реализация на “рефлексия” в съответните области от знания, които постепенно се подреждат в системи с разкрити зависимости и водещи фактори. Това означава още, че фактически се налага началото на реализацията на “синергетиката” в изследването на въпросните области.

От изложеното се вижда, че през последните две столетия, и особено през последните петдесет години, натрупаните знания в Методиката на обучението по математика и заимстването на опит за развитието на другите науки, позволява двете съвременни теории “рефлексията” и “синергетиката” да се прилагат вече осъзнато, а не само стихийно. Това ще даде възможност тя да се развива по-бързо, включително и в областите, където до сега не е развивана, каквато област е обучението по математика във висшите училища.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Л. С. Выготский. Проблема обучения и умственного развития в школьном возрасте. Избранные психологические исследования, М., 1956.
- [2] П. Я. Гальперин. Развитие исследований по формированию умственных действий, в сб. *Психологическая наука в СССР*, т. 1, М., 1959.
- [3] Ив. Ганчев. Основни учебни дейности в урока по математика, С., 1999.
- [4] Ив. Ганчев. За някои фактори, оказващи сериозно влияние върху ефективността на уроците по математика, *Математика и физика*, кн. 1, 1975.
- [5] Ив. Ганчев. Идея за дидактически аналог на началата на Евклид. *Математика и математическо образование, СМБ*, София, 2005.
- [6] Модел на висше образование по математика от нов тип (Разработен от колектив под ръководството на акад. Л. Илиев), С., 1971.

- [7] Ил. Гюдженев. Семинарните упражнения във висшите училища – доклад, изнесен на III конгрес на македонските математици, проведен от 29.09.2005 до 02.10.2005 г. в гр. Струга, Р. Македония.
- [8] Д. Шопова, Й. Кучинов, Ив. Ганчев. Книга за учителя по математика за 4 клас в началното училище, С., 1999.

Илия Гюдженев
Югозападен университет “Неофит Рилски”
ул. Иван Михайлов, 66
2700 Благоевград, България
e-mail: iliadg@aix.swu.bg

LECTURES AND SEMINARS IN MATHEMATICS AS A SYSTEM OF ACTIVITIES AT HIGHER SCHOOLS

Iliya D. Gyudzhenov

A model of educational activities in Mathematical lectures and seminars at higher schools presented in the report.