

MATEMATIKA И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2006
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2006
*Proceedings of the Thirty Fifth Spring Conference of
the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovets, April 5–8, 2006*

**ДИФЕРЕНЦИРАНОТО ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА В
ЕВРОПЕЙСКИТЕ УЧИЛИЩА**

Петър Кендеров, Сава Гроздев

В статията са представени основни моменти от диференциацията в средното образование в Европа. Разгледан е хоризонталът на диференциацията, отнасящ се до развитие на специализирани училища, както и вертикалът във връзка с разработената от участниците в Европейския проект MATHEU концепция на стъпаловидния инструментариум.

1. Увод. Диференцирането на средното образование в Европа се осъществява на три административни нива: междуучилищно, училищно и класно. Междуучилищното ниво включва разнообразието от училища по направления в науката, културата и социалната сфера. Училищното диференциране касае конкретното училище. То се изразява в изучаване на отделните предмети, които в някои случаи се подлагат на допълнително диференциране, реализиращо се в т. нар. профилирана подготовка. Класното ниво се определя в зависимост от степента на сложност, до която достига преподаването и изучаването на даден предмет. Срещат се и междинни варианти, които са комбинации на някои от трите нива. Дискусии са спецификата на диференцирането по отношение на различните образователни степени, въпросите във връзка с ефективността на профилирането, взаимодействието между планираните условия на избор и реалното им използване, както и много други.

2. Върху диференцираното образование в Европа. Едва ли съществува идеален модел за диференциране на средното образование. Вариативността в европейските училища е заключена между шведското базово обединено училище и средното училище в Германия с неговите три форми на образование. Групирането по общи способности в Европа е с намаляващ брой последователи, макар че в американските училища се използва създаването на групи въз основа на постижения по отделни предмети и конкретни потребности на ученика. Прави впечатление, че някои от европейските системи отчитат ритъма на учене на всеки ученик. Съществуват практики за диференциране на времето за постигане целите на обучението. Например във Франция се допуска увеличаване или намаляване на училищния цикъл с една година. Аналогично в Холандия, чрез промените в образованието след 1992 г. националната програма за долната степен на средното училище включва задължителни предмети за четири типа училища в рамките на 80% от времето в програмата и избираема част, в останалите 20%. Предвижда се задължителната програма да

бъде постигната за 3 години, но в зависимост от типа на училището и възможностите на учениците се допуска реализацията на целите да бъде осъществена за 2 или 4 години.

Поради разширяване на научните области в учебните програми и тенденцията за цялостен характер на знанието, в програмите за базово образование се срещат т. нар. интегративни курсове. Целта на тези курсове е да запознават учениците не само с най-важните явления и факти, но и да формират умения за класифициране и оценяване. Очакваният резултат е комплексна информираност и компетентност при анализиране и решаване на проблеми от природен и обществен характер чрез използване на техники и научни процедури. Например, националната програма за Англия и Уелс предвижда задължително изучаване на учебен предмет "Наука" ("Science") за всички ключови нива на средното образование, като под наука се разбират природните науки. На четвърто ниво, което започва на 14-годишна възраст и завършва на 16 години, е предоставена възможност за избор на интегриран курс от 3 науки, интегриран курс от 2 науки или самостоятелен курс по биология, химия и физика. Интегрирани учебни предмети се предлагат също във Франция, Германия, Швеция и Норвегия. Във Франция например типичен предмет за природо-математическия профил в лицейте е "История и география". Във всички образователни системи се дава възможност на учениците наред със задължителните да изучават и избираеми предмети в по-малък обем. В някои страни след шестата година обучението в училище по част от задължителните предмети се организира в групи по интереси и в по-редки случаи в групи по сходни постижения. Широките общи програми консолидират знанията и уменията, като преди постъпване в горната степен на обучение става обособяване на избора с цел по-сполучливо ориентиране. В някои страни даже са предвидени отделна година или цикъл за ориентация.

Профилирането в горната степен условно се разделя на два вида. При първия то се изразява в строго регламентиране на учебните предмети в съответното направление. Общобразователните предмети са инвариантни, но се включва задълбочено изучаване на предмети, които характеризират направлението. Строгий характер на този вид обучение е подходящо за ученици, при които интересите са оформени предварително, а постиженията са стабилизираны. При втория вид профилиране се допуска вариране на обема и сложността на инвариантното учебно съдържание от една страна, а от друга профилиращите учебни предмети могат да се увеличават и разнообразяват. Осигурено е допълнително време за ориентация и придобиване на опит. Допуска се и промяна на профила. В тази връзка някои държави умишлено задържат нарастването на броя на специализираните училища, с което регулират неравномерната динамика на интересите. Предпочитанието е към наличие на няколко профила в рамките на едно училище, осигуряващо в частност и възможности за последваща промяна.

От гледна точка на съдържателната част, диференцирането на обучението в европейските училища се реализира най-вече в две основни направления: природо-математически науки и социални науки. Във всяко от тях на някои места се появяват секции по изразени профили. В секциите се изучават общи и задължителни за цялото направление предмети. Освен тях има избираеми предмети, характеризиращи секцията и избираеми предмети, които могат да не са свързани с профила, а с предпочитанията и интересите на учениците. Във Франция в общобразователното

направление на лицето има 3 секции: литературна, икономическа и природонаучна. Природонаучната от своя страна се разделя на конкретизирани секции. В горния курс на шведското средно училище има 17 национални програми. Тези програми дават широко общо образование, а така също и права за постъпване във висше училище. От тях 14 са в по-голяма степен професионално ориентирани. Специално програмите по природни науки, социални науки и технологии са с академична ориентация. В шведската национална програма по природни науки фигурира обособяване на математически, природонаучен и технологичен профил. В тази по социални науки има хуманитарно направление, социални науки, икономика и филологическо направление. Профилите в Холандия следват класификацията на университетите и тези във висшето образование. Те са четири: природни науки и техника, природни науки и здравеопазване, икономика и общество, култура и общество. От своя страна учебното съдържание във всеки профил е структурирано в 3 части: задължителна обща част за четирите профила, задължителна част в зависимост от профила и избираема част. Реформата в гимназиалното образование в Швейцария предвижда система на постепенен избор със задълбочено изучаване на дисциплините. Тя премахва някои разновидности на зрелостните дипломи и заменянето им с други в зависимост от специфичните и допълнителните опции, на които се е спрял ученикът. При това дипломата не е сертификат за специалист, а отразява обстоятелството, че по време на обучението се е наближавало на някоя от дисциплините.

Примери за по-индивидуализирано профилиране има в образователната система на Англия. Те се отнасят до изборите за обучение по предмети на ниво за напреднали (Advanced Level или накратко A level) и на допълнително ниво (Advanced Supplementary и Advanced Subsidiary или накратко AS levels). Обучението на тези нива осигурява подготовка за зрелостен изпит, който на свой ред е необходим за постъпване в университетите. От една страна повечето висши учебни заведения изискват минимум две А нива, но от друга страна учениците обикновено покриват по 4 такива нива. Възможността за избор на предмети е много широка, което осигурява гъвкавост. Често срещана практика е ученикът да избира измежду 7 групи различни дисциплини: науки в областта на физиката, науки в областта на биологията, съвременни езици, английски език и английска литература, хуманитарни науки с първостепенна позиция на историята и географията, изобразителни изкуства и класически езици. Избор на последната група в Англия (класически езици) е доста рядко явление. Обучението по определен предмет на AS ниво покрива половината от изискванията за А ниво и през първата година се препоръчва да се използва за ориентирване в изискванията на А ниво и продължаване в по-високото ниво през втората година. По този начин понякога се реализира удовлетворяване на интереси, които не са в пряка връзка с по-нататъшното образование. Заради недоволства по отношение на широтата на избора в смисъл, че широтата е недостатъчна, програмата в Англия е ревизирана през 2000 г. и са въведени нови възможности. Понастоящем разнообразието намира израз и в рамките на конкретната дисциплина. Това означава, че предметът, който се определя например като математика, може да бъде твърде различен в зависимост от училището. Учителите имат свободата да избират диапазона на изпитните теми и съобразно него да модифицират преподавания материал, отчитайки собствения и този на учениците интерес.

За удовлетворяване на индивидуалните интереси и потребности е от особена важ-

ност да се създадат действителни предпоставки за осъществяване на избора. Ако училището не е в състояние да предложи определен предмет или определено ниво на сложност, едно решение е регламентирането на възможност за покриване на този предмет в друго училище. В някои страни е позната практиката за изучаване на отделни предмети в колежи за по-високо образование. Успешни опити на взаимодействие с университети се реализират и в България. Пример в това отношение са НПИМГ и Националната гимназия за древни езици и култура. В тази връзка е и сътрудничеството между отделните училища. Във Финландия например политиката на обмен в областта на учебното съдържание между консорциумите на общообразователните средни училища и на професионалните училища дава възможност на учениците да участват в учебни курсове и в други училища, освен в своето.

Най-разпространеният в Европа начин за организиране на обучението на различни нива на сложност е предметната система (т. нар. "subject by subject"). Диференцираното образование се провежда самостоятелно по всеки предмет, независимо от успеваемостта по останалите предмети. Това е т. нар. АБВ диференциация. При нея А е ниво за напреднали, Б е междинно ниво, а на ниво В се работи за минимална компетентност. Учениците от отделните паралелки се организират в групи по даден предмет в зависимост от нивото. През останалото време обучението се води с цялата паралелка. Модификация на АБВ диференциацията е т. нар. ПРОА диференциация. Тя включва 4 курса за различно темпо и различна успеваемост при усвояване на основната учебна програма. П-курсът или прогресиращият курс съдържа основна учебна програма заедно с разширен и допълнителен материал. Р-курсът или разширеният курс включва допълнителен учебен материал в самата програма. О-курсът е основната програма, а А-курсът или адаптираният курс е съчетание на основната програма и по-благоприятни условия за учене от страна на бавно и трудно успяващи ученици. Допуска се обучението на даден ученик да става например като се използва най-високото ниво по един предмет и най-ниското – по друг. През определени интервали от време (например в края на учебната година или по-рядко след края на учебния срок) всеки ученик има право да промени групата си.

В училищата в Германия, въпреки известни различия по провинции, обучението след 7 клас е диференцирано минимум на 2 нива по следните учебни предмети: немски език, математика, чужд език и природни науки. По обществените дисциплини, изкуства и спорт занятията са еднакви за всички. В гимназията обучението е структурирано в основни курсове и курсове за напреднали. В Япония след 9 клас се предлагат различни по сложност програми, като например по математика в някои училища броят им достига 6. В Дания, за да се яви един ученик на изпит за напреднали при завършване на "Фолкскол" в 10 клас, той трябва задължително да е изучавал съответния предмет в курс за напреднали. Съгласно системата в Дания гимназиите имат задължителни предмети на основно ниво, избираеми предмети за напреднали и избираеми предмети на средно ниво. В Норвегия пък учениците от горния курс планират какви предмети ще изучават и на какво ниво. Участие в обучение на по-високо ниво изисква предварително обучение в общ курс. В Ирландия основните предмети в обучението, което дава Junior Certificate (7–9 клас), могат да се изучават на 2 нива. По някои от тях изборът на различно ниво на сложност може да се осъществи още в 5 клас. В Ирландия покриването на изискванията за средно образование и получаването на Leaving Certificate става след изучаване на най-малко

5 предмета в горния курс, единият от които е задължително ирландски език. Всеки преценява индивидуално по кои предмети ще се обучава на общо ниво и по кои – на ниво за напреднали.

Интересно е да се отбележи, че в Англия между 14 и 16-годишна възраст, когато става подготовката за полагане на изпити за Общата диплома за средно образование (GCSE), някои от основните учебни предмети могат да се изучават в усложнени или общи курсове. Математиката например може да се учи на 3 нива: основно, междинно и напреднало. Изкуство, история, музика и физкултура се изучават само на общо ниво. Останалите предмети се предлагат в курсове на 2 нива. По някои от тях се организират и кратки курсове, които могат да се покриват само за една година. Например курсове по дизайн и технологии, география, история, модерни езици, изкуство и дизайн, музика и др. Тези курсове са ориентирани предимно към практиката и имат отворен изход. Това означава, че когато стане на 16 години, ученикът може да избере и курс за напреднали по този предмет. Не е без значение фактът, че в международните изследвания за постиженията на учениците резултатите в страни като Англия с подобна система са значително по-високи, отколкото в останалите.

3. Диференцираното образование в България. Въпреки че в края на 80-те и началото на 90-те години на XX в. се активизира дискусиата по проблемите на диференцираното образование в България, повечето от тези проблеми са поставяни на дневен ред още през 60-те години. Ще споменем мащабното обсъждане в това направление, което беше проведено тогава на страниците на сп. “Народна просвета”. Въпреки някои идеологически интерпретации, още по това време бяха разработени идеи, които и днес не са загубили актуалност. Като пример може да се посочи профилирането на обучението въз основа на различните научни направления и индивидуалните желания на учениците. Понастоящем диференциацията на общото образование в българското училище се осъществява посредством задължително избираемата и свободно избираемата подготовка (ЗИП и СИП). Съгласно Закона за степента на образование, общообразователния минимум и учебния план, задължително избираемата подготовка (ЗИП) осигурява допълнително обучение в рамките на учебни предмети от основните културно-образователни области. Тя отговаря на интересите и индивидуалните възможности на учениците. Свободно избираемата подготовка (СИП) е насочена към области и дейности, които могат да бъдат и извън културно-образователния комплекс. Тя не е задължителна за всички ученици. Профилираната подготовка се осъществява в учебните часове за задължителна и задължително избираема подготовка. Часовете са определени от учебния план за съответния клас. Профилите са хуманитарен, природоматематически, чуждо езиков, технологичен, спорт, изкуства (музика и хореография), изобразително изкуство, християнско изкуство и култура. Формират се на основание чл. 13 от Наредба № 6 от 2001 г. за разпределение на учебното време във връзка с достигането на общообразователния минимум по класове, етапи и степени на образование. Съгласно нормативните документи целта на профилираното образование е да формира трайни и задълбочени знания, умения и компетентности. В документите не се споменава изрично, че избираемата подготовка трябва да е насочена и към подготовка за постъпване във висшите училища. Всъщност това би трябвало да се подразбира, защото удовлетворяването на индивидуалните потребности включва и подготовката

за по-нататъшно образование.

Интересно изследване, доколко замисълът по документи относно диференцираното образование е реализиран, е направено в докторския труд [1]. Сред участниците в изследването най-високо удовлетворение показват завършилите математически и природоматематически гимназии. Силно удовлетворение показват и учениците от класическите езикови гимназии. Тези ученици оценяват високо обучението по чужд език както по отношение на общите си умения, така и във връзка с подготовката за кандидатстване във висшите учебни заведения. Интервютата в [1] с кандидат студенти показват, че има дублиране на учебно съдържание в задължителната и задължително избираемата подготовка. Интервюираните учители също установяват подобно дублиране. Освен това учителите обръщат внимание, че учебно съдържание и дейности, които отразяват изискванията на кандидат студентските изпити, не са включени в учебните програми. Това е една от причините за разцвета на паралелното образование чрез частни уроци. Една внушителна част – около 65% от кандидат студентите се подготвят чрез частни уроци, въпреки че половината от тях признават наличието на сериозни финансови затруднения. Около 26% от всички кандидат студенти осъществяват подготовката си, като посещават курсове във ВУЗ. Удовлетворението от тези курсове е високо, но в единични случаи подготовката в тях е недостатъчна. Изследването установява, че училищата не осигуряват желаната от учениците задължително избираема подготовка. Около 62,5% от интервюираните заявяват, че в ЗИП са изучавали предмети, които не отговарят на желанията им. Някои от учениците са се оказали “изненадващо” в профили, които не са избирали. Една от причините е, че профилите за голяма част от училищата са били представени общо и при постъпването си учениците са се ръководили в избора си единствено от училището. Профилирането е ставало по-късно в 9 клас и то в зависимост от възможностите на училището. Обикновено училищните ръководства се позовават на наредба на МОН, съгласно която профилирано обучение се допуска само за цели паралелки. Това не е достатъчно основание за налагане на принудителен избор върху учениците от страна на училището. В някои училища, съгласно изследването, разпределението по профили се е осъществявало въз основа на успеха на учениците. Забелязват се и парадокси, когато някои ученици попадат в профил, за който имат най-нисък успех. В 52% от случаите част от предметите за ЗИП се изучават независимо от желанията. Неуспешни опити за смяна на ЗИП или профила са правили 27% от интервюираните. Изводът е, че обучението, което е призвано да задоволи по-високите изисквания и стремежи за образование, се претоварва с разнородни ученици и не изпълнява предназначението си по ефективен начин. В по-голямата част от гимназиите с интензивно изучаване на чужд език учениците се приемат в профили, в които няма проходимост. Около 36% от интервюираните избират училището заради основния език, изучаван в него или заради престижа му. Класирането обаче ги разпределя в профили, които впоследствие противоречат на интересите и ориентацията. Още повече, че на 14 години по-далечната образователна перспектива се избира трудно. Липсата на фаза за ориентация създава неблагоприятни условия при диференцирането и води до изучаване на предмети, които противоречат на образователната ориентация. В някои училища без уведомяване на учениците се създават “връзки” между избираемите предмети. Например, който избере география, задължително изучава български език като ЗИП или ако

избере химия, задължително изучава и история и др. Подобни съчетания са свързани със заетостта на учителите, но противоречат на интересите на учениците.

Едно от най-големите завоевания на диференцираното образование в България е създаването на специализирани училища по математика или т. нар. математически гимназии. Математическите гимназии се естествен завършек на един продължителен период, през който се натрупва опит за осигуряване с допълнително учебно съдържание на всички онези млади хора, проявяващи подчертан интерес към математиката. Първите инициативи за работа с групи, съставени от добри ученици по математика, датират още от средата на 20-те години на XX в. Те са резултат на усърдието на младия тогава учител Петко Иванов. По-късно Петко Иванов става създател и първи ръководител на катедрата по методика на математиката в Софийски университет. През 30-те години подобни опити за работа с изяви ученици осъществява и учителят Божин Танчев от II мъжка гимназия в София. Той организира и провежда допълнителни занимания със станалите по-късно професионални математици – професорите Ярослав Тагамлици, Алипи Матеев и Спас Манолов. Дейности на национално ниво обаче започват през учебната 1949/50 г., когато по инициатива на академик Любомир Чакалов и с активното участие на тогавашния инспектор по математика в Министерството на народната просвета Стоян Будуров и студентите-математици Никола Мартинов и Ангел Лабов се провежда експериментално първата национална олимпиада. Олимпиадата става стимул за създаване на първите кръжоци по математика, включително и в по-малките градове, както и в някои села. Например през учебната 1950/51 г. такъв кръжок започва да действа под ръководството на учителя Веселин Атанасов в гр. Полски Тръмбеш (по това време село). През 1960 г. се основава и първата школа по математика. Това става в Русе от учителя Дочо Дочев (сега професор). Две години по-късно възникват и първите математически паралелки в няколко гимназии в Пловдив, Варна, Бургас, Казанлък, Видин и др. Активните учители Румен Грозданов (Пловдив), Любен Карагъзов и Димитър Мутафчиев (Бургас), Атанас Радев, Роман Хайнадски и Косьо Косев (Ямбол), Георги Велев (Видин), Кольо Горчев (Казанлък), Иван Тюфекчиев (Перник), Иван Стоянов (В. Търново) и редица други стават ръководители на школи и инициатори на различни състезания по математика. Всичко това подготвя появата и на първите математически гимназии. Благоприятна подробност е, че по това време министър на образованието е Ганчо Ганев. С неговото име е свързано одобрението на идеята за математически гимназии, а така също и за утвърждаването на редица извънкласни форми, между които първия математически радио-конкурс. Специално внимание заслужава ролята на Атанас Радев, който е автор на редица учебници и сборници, а неговият си състояние той завещава на математическата гимназия в гр. Ямбол, която сега носи неговото име.

Понастоящем математически гимназии действат във всички областни центрове, както и в повечето по-големи градове. И макар че става дума за гимназии, т.е. за училища, които обучават ученици след 7 клас, едно от сериозните завоевания на този род профилирани училища от последните 20 години е възможността за осъществяване на прием след 4, 5 и 6 клас. Добре известно е, че най-ранната възраст за проява на математически заложби е около 10 години. Възможни са изключения и преди това, но едно от необходимите условия е наличие на минимални математически знания относно фигурите, числата и действията с тях. Достатъчно количество

такива знания се натрупва в периода 1–4 клас, след което заложибата е твърде вероятно да бъде проявена. Атмосферата в математическите гимназии, допълнителните часове по математика в тях и предоставянето на възможност учениците да участват в съответни състезания от името на гимназията, са благоприятни предпоставки за откриване и мотивиране на математическите таланти.

Не е тайна обаче, че една от причините за големия брой кандидати за прием в 5 и 6 клас в математическите гимназии е сериозната подготовка (при това безплатна), която учениците получават там за предстоящото им участие в националния изпит след 7 клас. Набирането на опит се осъществява чрез масово участие в олимпиади и специализирани извънкласни форми в тези гимназии. В този смисъл например Софийската математическа гимназия се използва за трамплин към Американския колеж. Традиционните разбирания, приписващи изключителна ценност само на определени образователни ориентации, създават поле за избор. В това поле мнозина се насочват към области на познание, училища и профили, които се приемат като най-престижни, дори когато личните качества и интереси са в други посоки. Веднъж поели пътя, въпреки евентуалното натрупване на неудовлетворение, учениците много рядко променят първоначалния си избор. Причините са в т. нар. “магия на официалната номинация” [2, с. 104]. Подобни избори се правят и под влияние на стихийна публична номинация, която се създава от общественото мнение.

Структурата на съвременните форми на заетост предполага разнообразни по съдържание дейности, които изискват по-задълбочени познания по математика и съответна компетентност. Образователното осигуряване е свързано с реализиране на хоризонталната диференциация и активната роля на математическите гимназии в рамките на средното образование. Но характерът на сферите на дейност поставя изисквания не само по отношение на предметната насоченост на квалификацията, но и по отношение на нивата на сложност без да е необходимо завършване на нова степен на образование. Това налага реализиране и на вертикална диференциация по математика в рамките на средното образование и в частност в математическите гимназии. Този вид диференциация е свързан и със сложността на съвременното научно знание, с подготовката на специалисти за дейности с повишени интелектуални изисквания за продължаване на образованието.

4. Равенството и селективната функция на образованието. Идеята за равенство притежава мистична привлекателност. Една от причините се крие в естественото преклонение пред единството, подхранвано от желанието за отхвърляне на противопоставянето, разделението и потисничеството. Равенството в образованието в количествени измерения означава всички ученици да са с единно високо образование чрез изравняване на академичните стандарти в горния курс на обучение. За съжаление тази постановка води до прекомерно увеличение на обема на знанията за сметка на дълбочината при овладяването им. Резултатът е известен: функционална неграмотност. Един от изходите е удължаване на срока за обучение, но тогава се появява риск за забавяне на способните и в същото време за отпадане на ученици с по-ниски възможности и по-слаба мотивация. Друг изход е снижаване на критериите. Но сега неблагоприятната позиция е за тези с по-големи възможности. Във всички случаи положението е далеч от оптималното както за тези, които могат повече, така и за тези, чиито възможности са по-ограничени. В крайна сметка до-

верието към образователната система се подронва. Даже и в случаите, когато броят на получилите по-високо образование е значителен, това е за сметка на качеството. Равенството в обучението зависи от решаването на трудната задача за организиране на учебната система по такъв начин, че да се използват както способностите на всеки ученик, така и да се реализира съобразяване с индивидуалния ритъм на усвояване, за да се позволи създаването в крайна сметка на елит с високо ниво на компетентност.

Фактически, уеднаквяването само прикрива различията без да ги преодолява. Изобщо не е социално оправдано да се ограничават възможностите на по-добрите в името на намаляване на различията. Диференциацията на образованието по математика трябва да дава възможност на всички, които могат повече, да постигнат повече. Смисълът на равенството е в равнопоставеността на всички ученици, равните шансове за различните степени и видове училища и предоставяне на възможности за реализация на действителните образователни възможности. Диференциацията е необходима предпоставка за ефективна функционалност. Хауърд Гарднър [3, с. 310] сполучливо формулира два постулата на училището на бъдещето. Първият е, че хората не споделят едни и същи интереси и таланти и не учат по един и същ начин. Вторият е, че никой не може да научи всичко.

5. Значението на проекта МАНЕУ за диференцираното образование по математика. Решения на значителна част от изведените проблеми в диференцираното образование по математика са заложили в резултатите от Европейския проект “МАНЕУ: откриване, мотивиране и подкрепа на математическите таланти в европейските училища”. Началото на проекта е 1 октомври 2003 г. и тригодишният срок на изпълнение изтича през настоящата 2006 г. Основните характеристики са представени в [4] и [5]. В рамките на проекта са разработени образователни средства както за изявяващите се в математически олимпиади и състезания, така и за даровитите млади хора, които притежават подчертана способност към генериране на нови идеи и проявяват творчество при реализацията на научно-изследователски разработки. Участниците в проекта предлагат тематика, предназначена за две възрастови групи: от 9 до 14 години, както и от 15 до 19 години. Създадени са системи от задачи, групирани по теми, които реализират инструментариум за откриване, мотивиране и подпомагане на талантлив ученици по математика в процеса на тяхното развитие и усъвършенстване. Основната целева група за ползване на инструментариума са учителите. Очакванията са, че след преминаване на съответно обучение те ще се превърнат в решаващ фактор за създаване на условия, при които показалите математически способности техни ученици ще бъдат предразположени за достигане на възможно по-високи нива на математическо разбиране. В същото време учениците ще получат възможност да развият теоретичното си мислене и способностите си за научно-изследователски дейности. По-напредналите ученици също ще могат да използват части от инструментариума.

Добре известно е, че заложибите не трябва да се абсолютизират. Всеки ученик, независимо от природните дадености, трябва да бъде обграден с внимание и да получи своя шанс. При наличие на трудолюбие, желание, воля и целеустременост, вероятността за постигане на резултати е голяма. В тази връзка е особено важна ролята на учителя. Участниците в проекта МАНЕУ стигнаха до идеята за т. нар. “стълби”

(*ladders*). Това са системи от задачи по всяка от темите, които партниращите държави определиха като съдържание на споменатите по-горе две възрастови групи. Целта на дадена система е да се осигури специфична математическа среда. Задачите са подредени по нарастваща трудност и съответният ученик може да се “изкачва по стълбата”, решавайки задача след задача и стигайки до нивото (стъпалото) на притежаваните възможности. Диференциацията по вертикала е по същество силно демократична. Всеки стига там, докдето може. При това, без да пречи на развитието на по-способните. Целта да се преодолее по-високо стъпало от стълбата е мотив, появил се в резултат на постигнатия успех при предното стъпало. Самата “стълба” задълбочава и разширява математическата култура, формира умения и навици за самостоятелно овладяване на нови знания и развива математически способности.

Създадените системи задачи в рамките на проекта МАНЕУ покриват разнообразно математическо съдържание: математическа индукция, неравенства, инварианти, принцип на Дирихле, теория на игрите, трансформации в геометрията и др. В този смисъл те задълбочават диференциацията в обучението не само по вертикала с изкачването по “стълбите”, но и по хоризонтала. Разработките са подходящи за ученици от математическите гимназии. Началните стъпала обаче са достъпни и за тези, които по една или друга причина до срещата им със “стълбите” не са получили класификацията “математик”. Такива ученици също могат да постигнат задълбочено разбиране на математически знания, проявявайки съзнателност по пътя на разбирането. Изкачването по “стълбите” развива умения за решаване на трудни задачи, за оценяване на факти и взимане на решения. Те стимулират усъвършенстване на известни идеи и генериране на нови, повишават способността за търсене и откриване, създават навици за изследователска дейност.

Системите задачи във формата на “стълби” по проекта МАНЕУ бяха апробирани по време на специално организирана за тази цел лятна школа, която се проведе от 25 до 30 юни 2005 г. в гр. Агрос, Кипър. Освен партньорите по проекта – научни работници и преподаватели от Австрия, България, Германия, Гърция, Италия, Кипър, Румъния, Унгария и Чехия, в школата участваха и по двама ученици от партниращите държави – представители в двете възрастови групи. От българска страна в първата група беше включен Живко Жечев, шестокласник (вече седмокласник) в ПМГ, гр. Шумен, а във втората – Константин Димитров, единадесетокласник (настоящем ученик в 12 клас) в Софийската математическа гимназия. До избора на двамата се стигна след селекция, която се състоя в гр. Добрич от 3 до 5 май 2005 г. В селекцията участваха около 200 ученици от 4 до 12 клас, избрани измежду най-добре представилите се в първите два кръга на състезанието “Издирване на таланти Ум+” (за I възрастова група 4–7 клас) и Средиземноморското състезание (за II възрастова група 8–12 клас). Темите по време на селекцията (отделни теми за 4, 5 и 6 клас и три общи за 7–8, 9–10 и 11–12 клас) включваха по 4 задачи за 3 часа състезателно време. По време на школата в Кипър учениците имаха възможност да работят с конкретни “стълби”. Всеки от тях направи избор на най-допадащата му задача и подготви презентация върху нея. Българските участници демонстрираха висока математическа култура и се понравиха на всички с таланта си. Особено блестящ беше Живко Жечев (негови преподаватели в училище са Лилия Гройс и Звездалина Ганчева), който впечатли с елегантните си решения. След като се справи със задачите от своята възрастова група, той атакува успешно и някои от “стълбите”

за по-големите.

Резултатите от школата в Кипър бяха използвани за извършване на корекции. Предстоящо е подобрените “стълби” да бъдат включени в предвиждания европейски учебник (с хартиен и CD вариант). Предстои също превеждане на учебника на езиките на партниращите държави (в т. ч. и на български език). Заключителният етап на проекта е организирането на лекционен курс за учители, които ще бъдат обучени как да прилагат пълния инструментариум и как да си служат с учебника. Курсът ще бъде проведен отново в Кипър в края на м. май и началото на м. юни 2006 г. Очакванията са учителите да придобият умения за стимулиране на способните и талантливите ученици, за да могат последните да изградят собствено разбиране и сръчности при овладяване на математически знания. Лекционният курс ще бъде поддържан на езиките на държавите-партньори в рамките на бъдещ проект. Предстои преподаване на курса на съответния език във всяка от държавите-партньори. Подробености по проекта MATHEU могат да се намерят на следната Уеб страница: <http://www.matheu.org>.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] С. ВЪРБАНОВА. Социално-педагогически проекции на диференциацията в средното образование. Дисертация за образователната и научна степен “доктор”. СНС по педагогика при ВАК, София, 2005.
- [2] П. БУРДИЙО. Практическият разум. София, 1997.
- [3] Х. ГАРДНЪР. Да се насърчи разнообразието чрез персонализиране на образованието: последиците от новото възприемане на човешкия интелект. *Перспективи*, **XXVII** (1997), № 2–3.
- [4] П. КЕНДЕРОВ, С. ГРОЗДЕВ. Европейският проект “MATHEU: откриване, мотивиране и подкрепа на математическите таланти в европейските училища”. *Математика и математическо образование*, **33** (2004), 39–49.
- [5] С. ГРОЗДЕВ, П. КЕНДЕРОВ. Инструментариум за откриване и подкрепа на изявени ученици по математика. *Математика и математическо образование*, **34** (2005), 53–64.

Петър Кендеров

Институт по математика и информатика
ул. Акад. Г. Бончев, бл. 8
1113 София, България
e-mail: kenderovp@cc.bas.bg

Сава Гроздев

Институт по математика и информатика
ул. Акад. Г. Бончев, бл. 8
1113 София, България
e-mail: savagroz@math.bas.bg

THE DIFFERENTIATED EDUCATION IN MATHEMATICS IN THE EUROPEAN SCHOOLS

P. Kenderov, S. Grozdev

The paper presents basic points of the secondary school differentiation in Europe. It is considered the horizontal level of the differentiation related to the development of specialized schools and the vertical one as well in connection with the step by step instrumentarium, which has been worked out by the participants in the European project MATHEU.