

WEB-БАЗИРАНО РЪКОВОДСТВО ЗА ИЗУЧАВАНЕ НА НЕОПРЕДЕЛЕНИ ИНТЕГРАЛИ

Стефка С. Димитрова, Елена А. Върбанова

Представеното в статията web-базирано ръководство представлява ситема от web-страници, свързани с хипертекстови препратки. Чрез тях за включената дидактическа система от задачи се предлага разнообразна помощ, която студентът може да получи в процеса на решаването им. Дадена е схема на връзките между различните видове помощ, които студентът може да получава. Структурата на ръководството съответства на модел на обучение, съобразен с етапите в развитието на знанията на студента. Концепцията за web-базираното ръководство и елементи от нейната реализация са илюстрирани с пример от темата “Интегриране по части при неопределен интеграл”.

1. Увод. За едно признато за успешно традиционно обучение по математика, каквото е българското, информационните и комуникационни технологии (ИКТ) неминуемо представляват предизвикателство. Естествено е преподавателят по математика да е обърнат с лице към новостите, но е разбираема неговата загриженост и отговорност относно целесъобразността на използването на ИКТ от гледна точка на образователните цели и съществуващите добри практики в обучението. Не би трябвало да се допуска едно успешно обучение да се замени с псевдо-обучение.

Упражненията са в сърцевината на обучението по математика: както тези, ръководени от преподавателя, така и самостоятелните. Защото знанието се осмисля и затвърдява, когато се прилага. А осъзната активност на студента в собственото му обучение предполага самостоятелни упражнения “в тишина и в самота”. Когато такава активност/дейност се осъществява с навременна и подходяща помощ, тогава тя се оказва ефективно средство за разбиране и достигане на нови знания и на нови способности [1].

В представеното web-базирано ръководство на този етап се използват традиционни подходи за решаване на задачи по математика, но в интернет-среда. То е разновидност на съществуващи учебни пособия за самоподготовка върху раздела “Неопределен интеграл”. Това ръководство, обаче, съдържа елементи на интерактивно обучение, доколкото на обучаемия се предлага вид “виртуална обратна връзка” в хода на овладяване на материала.

Web-базираното ръководство е изградено от специално разработени web-страници, обединени в система чрез хипертекстови препратки, с чиято помощ студентът може лесно да получава справки и насочващи подсказки. Това ръководство позволява ефективно да се реализира идеята за програмирано обучение, при което се

избягват трудностите при използване на учебни пособия на хартиен носител. За ползването му е достатъчно на компютъра да е инсталиран web браузър като Internet Explorer, Netscape Navigator и др.

Единият от авторите разработи концепция за web-базирано учебно помагало [2] и съответни учебни материали за изучаване на езика C. Резултатите от проведеното експериментално обучение насърчиха авторите да разработят учебни материали по висша математика, която се изучава в не-математически специалности в колежи и университети. Тук се представя основната идея и елементи от реализацията ѝ, отнасящи се до темата “Интегриране по части при неопределен интеграл”. Подходите и техниките за решаване на интеграли, отнасящи се към тази тема, подлежат на алгоритмизиране и това прави разработването на web базирано помагало за такъв тип интеграли подходящо и полезно. Фигура 1 представя пример на дидактическа система от задачи по темата.

Модел на обучение. Моделът на обучение, въз основа на който е създадено ръководството, отчита ролята на взаимодействието на зрителното и моторното възприятие на човека на всички етапи от развитието на неговите знания [6]. Зрителните образи са близки до графичните изображения. Моторни са образите, които изграждат механични навици за ръчно изпълнение.

Едно ефективно обучение изисква по рационален начин да се съчетават зрителното обучаващо въздействие (perceptual learning) с моторното обучаващо въздействие (motor learning). Представеното тук ръководство за web - базирано изучаване на неопределени интеграли е един опит за реализация на такъв подход, като се предполага, че студентът ще решава на ръка подобрените интеграли.

Съществени качества на ръководството са:

- Бързо и лесно сверяване на получен резултат с верния отговор;
- Възможност за ползване на такава виртуална помощ от ръководството, от каквато студентът се нуждае (правило, формула, упътване с междинен резултат, пълно решение, отговор).

Този подход способства да се постигне основната цел на едно ръководство, а именно да стимулира съзнателно и активно участие на студента в собственото му обучение. И това той ще прави в естествената за него интернет среда.

Подборът и систематизирането на задачите е съобразен с трите етапа от развитието на знанията на обучаемия [3].

Първи етап. Знанията и възможностите на студента са частични. Те не съответстват на зоната на неговото актуално развитие, а на зоната на близкото му развитие [1]. Той няма достатъчно опит в използване на знанията си при решаване на задачи и не винаги съобразява кои дефиниции, правила, формули, теореми да приложи при отделните стъпки на тяхното решаване.

На този етап ръководството помага на студента да попълни липсващите знания като му предоставя: таблица с основните интеграли; свойствата на неопределения интеграл; общо правило за интегриране, подходящо за решаване на разглеждания тип интеграл и др. Фигура 2 илюстрира придвижването на студента между справките (различните видове помощ), които той може да използва в хода на решаването

на задачи, свързани с ИЧ (интегриране по части). На него не му се дава възможност директно от Упътване да отиде на Решение. Така той е подтикван да реши сам задачата, отново да свери отговора и тогава да сравни своето решение с вярното решение.

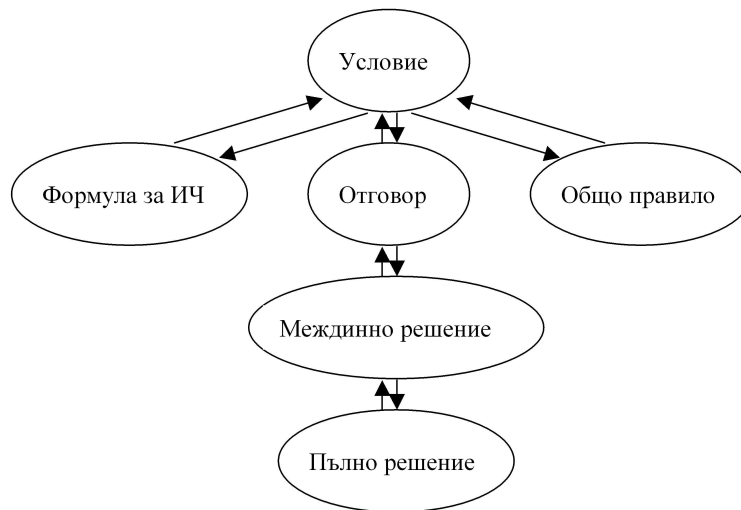
Втори етап. Изградени са връзки между понятията, възприети от обучаемия. Той може да решава някои задачи по аналогия. На този етап от развитието на знанията на обучаемия, в web-базираното ръководството са предложени такива интегрални, за решаване на които помощта за обучаемия е във вид на препратки към процеса на решаване на аналогични задачи.

Интегриране по части

ФОРМУЛА

ИНТЕГРАЛИ, КОИТО СЕ РЕШАВАТ С НЕПОСРЕДСТВЕНО ПРИЛАГАНЕ НА ФОРМУЛАТА		
1	$\int \ln x \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
2	$\int \arctg x \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
3	$\int \ln(x^2 + 1) \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
ЗАДАЧИ, КОИТО СЕ РЕШАВАТ СЪС СЛЕДНОТО		<u>ПРАВИЛО</u>
4	$\int x e^x \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
5	$\int (2x^2 + 1) e^x \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
6	$\int x \cos x \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
7	$\int (3x^2 - 4x + 5) \sin x \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
ЗАДАЧИ, КОИТО СЕ РЕШАВАТ СЪС СЛЕДНОТО		<u>ПРАВИЛО</u>
8	$\int (9x^2 - 5) \ln x \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
9	$\int x \arctg x \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
ЗАДАЧИ ЗА САМОСТОЯТЕЛНА РАБОТА		
10	$\int x^{-3x} \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
11	$\int \ln^2 x \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
12	$\int (3x^2 + 2x) \ln x \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
13	$\int (2x + 1) \arctg x \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
14	$\int \arctg \sqrt{x} \, dx$	<u>ОТГОВОР</u>
ЗАДАЧИ С ПОВИШЕНА ТРУДНОСТ		
15	$\int e^x \sin x \, dx$	<u>РЕШЕНИЕ</u>
16	$\int e^{ax} \cos bx \, dx$	<u>РЕШЕНИЕ</u>
17	$\int \frac{x^2}{(1+x^2)^2} \, dx$	<u>РЕШЕНИЕ</u>

Фиг. 1. Общ вид на страница, съдържаща дидактическа система от задачи



Фиг. 2. Схема на връзките между различните видове помощ, които студентът получава от web-базираното ръководство

Трети етап. Чрез дедукция студентът е способен да раздели поставената задача на подзадачи. Той може гъвкаво да променя подхода на решаване на интеграла в зависимост от получени междинни резултати, т.е. неговите действия стават адаптивни. Едва сега той задълбочено решава задачите. На този етап студентът може да види междинен резултат, за да установи евентуална своя грешка или да види различен от неговия подход за решаване на задачата.

Тъй като студентът развива своите знания и способности с индивидуално темпо и индивидуален ритъм, много често помощта, която се предоставя от ръководството, е комбинирана. Благодарение на това то може да се използва както от студенти, достигнали по-високо ниво на знания и са с бързо темпо на работа, така и от студенти, напредващи по-бавно. Така се съблюдава принципът на индивидуален подход и диференцираност, който е особено важен в обучението по математика

С пример от темата “Интегриране по части” на Фигурите 3, 4 и 5 е показано навигиране между страниците на ръководството за получаване на виртуална помощ и последователността, в която тя се предоставя.

ОБЩО ПРАВИЛО

$$\int P'(x) \begin{Bmatrix} \arcsin x \\ \arccos x \\ \operatorname{arctg} x \\ \operatorname{arccotg} x \\ \ln x \end{Bmatrix} dx = \int \begin{Bmatrix} \arcsin x \\ \arccos x \\ \operatorname{arctg} x \\ \operatorname{arccotg} x \\ \ln x \end{Bmatrix} dP(x),$$

след което интегралът в дясната страна се решава по формулата за интегриране по части

Фиг. 3

ПОЛУЧИХТЕ ЛИ ТОЗИ ОТГОВОР?

$\int (9x^2 - 5) \ln x \, dx = (3x^3 - 5x) \ln x - x^3 + 5x + C$

КЪМ МЕЖДИНЕН РЕЗУЛТАТ

КЪМ ЗАДАЧИТЕ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ ПО ЧАСТИ

Фиг. 4

За да приложите ОБЩОТО ПРАВИЛО за конкретната задача, трябва да съобразите, че:

$$P'(x) = 9x^2 - 5 \rightarrow P(x) = 3x^3 - 5x$$

ПОЛУЧИХТЕ ЛИ ТОЗИ МЕЖДИНЕН РЕЗУЛТАТ?

$\int (9x^2 - 5) \ln x \, dx = \int \ln x \, dx (3x^3 - 5x) = (3x^3 - 5x) \ln x - \int (3x^3 - 5x) \, d \ln x$

КЪМ РЕШЕНИЕТО

КЪМ ЗАДАЧИТЕ ЗА ИНТЕГРИРАНЕ ПО ЧАСТИ

Фиг. 5

Заключение. Web-базираното ръководство добавя една нова дейност към учебните дейности, извършвани с помощта на Интернет комуникации [4], а именно активно самостоятелно решаване на задачи от една подходящо структурирана система от задачи, вградена в него. При това самостоятелната работа на студентите деликатно се направлява от системата от подпомагащи страници, която образува методическото ядро на ръководството. Особено полезни са включените елементи на т.нар. обучаващо решаване на задача [5]. Някои студенти ще се научат да решават интегралите по предложените алгоритми. Други ще развият творческо мислене, правейки допълнителни целесъобразни преобразования, благодарение на осмислянето на усвоените до момента знания и тяхната приложимост за конкретна задача.

Предложеното ръководство стимулира активната самооценка, която студентите могат да направят както от направените проби и грешки, така и от степента на използване на помощ от системата.

В следващите разработки на нови теми в web-базираното ръководство ще бъдат включвани задачи, чието ефективно решаване се постига с използване на образователен софтуер, например, на системи за компютърна алгебра [7].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] И. ГАНЧЕВ И., Ю. КОЛЯГИН и др. Методика на обучението по математика от VIII до XI клас, I част, София, изд. "Модул", 1996.
- [2] С. ДИМИТРОВА. Концепцията за web-базирано учебно помагало и неговата приложимост във висшето образование, *Научна конференция ВСУ'2005*, Сборник доклади, том 1 (2005), 169 – 174.
- [3] С. ДИМИТРОВА. Система от задачи за изграждане на творческите умения на студентите по програмиране, Юбилейна научна сесия " 40 години колеж - Сливен", *Сборник доклади*, том II (2001), 70 –75.
- [4] И. НИКОЛОВА, Е. КОВАЧЕВА. <http://www-it.fmi.uni-sofia.bg/courses/learning/>
- [5] Й. КУЧИНОВ, И. ГАНЧЕВ. Обучението с компютри - проблеми, тенденции и перспективи, *Обучението по математика*, кн. 4 (1987), 1–8.
- [6] A.VINTER. A developmental perspective on behavioral determinants, *Acta Psychologica*, **63**, 1986.
- [7] E. A. VARBANOVA. CAS supported environment for learning and teaching Calculus, *Proceedings of the First KAIST Int. Symposium on Enhancing University Mathematics Teaching*, Korean Advanced Institute of Science and Technology, (2005), <http://math.kaist.ac.kr/2005/proceedings/>

Стефка Стефанова Димитрова
Обединен Технически Колеж
Технически Университет – София
Бул. Климент Охридски 8
1000 София
e-mail: stedim@abv.bg

Елена Апостолова Върбанова
Факултет по приложна математика
и информатика
Технически Университет – София
Бул. Климент Охридски 8
1000 София
e-mail: elvar@tu-sofia.bg

INDEFINITE INTEGRALS LEARNING TOOLS ON WEB

Stefka S. Dimitrova, Elena A. Varbanova

The learning tools on Web represented in the paper consists of web-pages incorporated into a system of hypertext references. The links between the different kinds of help the student can get are shown in a block-chart. The education model used takes into consideration the stages in the development of the student's knowledge. The structure of the didactic system of problems included meets the requirements of the educational model. An example from the topic "Integration by parts" is given to illustrate how to work with these web-based learning tools.