

MATEMATIKA И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2008  
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2008  
*Proceedings of the Thirty Seventh Spring Conference of  
the Union of Bulgarian Mathematicians  
Borovetz, April 2–6, 2008*

**ИЗПОЛЗВАНЕ НА МЕЖДУПРЕДМЕТНИТЕ ВРЪЗКИ  
МЕЖДУ МАТЕМАТИКАТА И ИКОНОМИКАТА ПРИ  
ОБУЧЕНИЕТО НА ЧУЖДЕСТРАННИ СТУДЕНТИ\***

**Лиляна Иванова Апостолова-Политова**

Въз основа на изследване на общи теми и терминология по математика и икономика са установени възможности за по-пълноценно усвояване на учебния материал при паралелно изучаване на двете дисциплини в ДЕО на СУ „Св. Климент Охридски“. Дадени са примери за използване на междупредметни връзки между математиката и икономиката при обучението по математика в ДЕО.

За осъществяване на междупредметни връзки между математиката и икономиката, при обучението по математика се използват задачи с икономическо съдържание, свързано с изброените теми по икономика и включващи установените от мен най-често употребявани и в двете дисциплини термини, нетермини и символи. Ето някои примерни задачи, които се дават на студентите при изучаване на следния учебен материал по математика: системи уравнения, матрици, детерминанти, производна, функция, уравнение на права, комбинаторика и вероятност.

I. При темите Уравнение на права, Графика на права линия, Координатна система и Вероятност студентите решават задачи като следната:

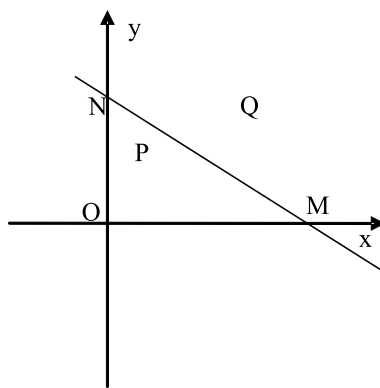
**Задача 1.** Потребител разполага с определена парична сума (доход)  $c$ . Той може да изразходва тази сума за покупка само на две стоки,  $A$  и  $B$ . Нека си представим, че с  $A$  и  $B$  сме означили две потребителски кошници (отделни стоки). Нека  $a$  е цената на стоката (кошницата)  $A$ , а  $b$  – цената на стоката (кошницата)  $B$ . Да означим с  $x$  и  $y$  съответно количествата стоки  $A$  и  $B$ , които нашият потребител желае да закупи. Ако преподложим, че той изразходва целия си доход  $c$  при покупката, величините  $x$  и  $y$  ще бъдат свързани с равенството:  $ax + by = c$  или  $ax + by - c = 0$ , т.е. това е общото уравнение на права. В случая то описва поведението на потребител, който разпределя изцяло своя доход между две стоки (кошници). Тъй като коефициентите  $a$ ,  $b$  и  $c$  и променливите  $x$  и  $y$  са положителни, правата изглежда, както на Чертеж 1. Поведението на потребителя е отразено не от цялата права, а само от отсечката  $MN$ , разположена в първи квадрант [1, с.119–120]. Студентите правят извод, че индивидът е ограничен в своя избор. Той може да консумира само в рамките на дохода си  $c$ . Всички точки от триъгълника  $OMN$  съответстват на

---

\***Ключови думи:** Mathematics, economics, terminology, investigation, education.

допустим негов избор. Точките от страната  $OM$  отговарят на потребление само на стока  $A$ , а от страната  $ON$  – само на стока  $B$ . Вътрешните за триъгълника  $OMN$  точки (например  $P$ ) описват потребление и на двете стоки, но част от сумата  $c$  остава неизразходвана. Ясно е, че отсечката  $MN$  ограничава избора на потребителя и разделя поведението му на допустими и недопустими стратегии. Например, точка  $Q$  е от недопустимите стратегии. Тя отговаря на избор, неосигурен със средства. Правата  $q \equiv MN : ax + by = c$  или  $ax + by - c = 0$  се нарича в теорията на потребителския избор **бюджетно ограничение**. Ако разгледаме правата  $q_1 \equiv M_1N_1$  на бюджетното ограничение при друг размер на дохода  $c_1$ , но при същите цени на стоките: уравнението на правата  $q_1 : ax + by = c_1$  или  $ax + by - c_1 = 0$ . Двете прави  $q$  и  $q_1$  са успоредни (коефициентите на  $x$  и  $y$  са равни).

II. При темите за нарастване на аргумент и на функция, графика на функция, правопрпорционална зависимост, обратнопропорционална зависимост, реципрочна стойност и абсолютна стойност се използват и формулировките на задачи дадени в учебника по Микроикономика [2, 376 с.] и записани символично с помощта на формули. Например: Пределните приходи  $MR = \frac{\Delta TR}{\Delta P}$ , но аналитично се изчислява като разликата между две съседни значения на  $TR$  се раздели на разликата между двете съответни значения на  $P$ , т.е.  $\frac{(TR_1 - TR_0)}{(P - P_0)} = MR_1$ .  $MR_1$  е прираст от първата единица на  $P$ , аналогично  $MR_2, \dots, MR_n$  са съответно прирастите на  $TR$  от втората единица и т.н. от  $n$ -тата единица на  $P$ . След това илюстрирам развитието на показателите за приходите на база приетите абстракции: първо, че количеството на произведения общ продукт  $P$  се реализира изцяло, т.е. произведеното е равно на продаденото. На практика съществува разлика, състояща се в т.нар. “складови запаси на готова продукция”. Тяхното увеличаване или “стопяване” се дължи на измененията на факторите, определящи функцията на предлагането, която може да се изобрази графично. [2, с. 188-189] На студентите предлагам и задачи, свързани с икономическото понятие **олигопол** с пречупена линия на търсенето, което е теоретичен модел на задачи като:



Чертеж 1

**Задача 2.** В един град има 5 оръжейни магазина –  $A, B, C, D$  и  $F$ , които, без да се договарят, продават един и същ пистолет на еднаква цена  $P_1$ . Ако магазин  $A$  увеличи цената до  $P_2$ , възможно е  $B, C, D$  и  $F$  да не го последват и да поддържат по-ниската цена  $P_1$  с цел да постигнат по-голям обем на продажби. Ако магазин  $A$  намали цената от  $P_1$  до  $P_3$  с цел да увеличи обема на продажбите, възможно е  $B, C, D$ , и  $F$  също да намалят цената до  $P_3$  със същата цел. В този модел на **олигопол** се приема, че ако определен продавач увеличи цената, никой от останалите няма да го последва, но ако намали цената, всички останали ще го последват. Изобразете графично линията на търсенето за отделната фирма на този теоретичен модел и графиката на максимизиране на печалбата при олигопол с пречупена крива на търсене. От какви части се състоят тези графики [2, с. 245–246]?

**Задача 3.** Да се определи по колко различни начина могат да се подредят 3 еднакви перални и 4 еднакви хладилника [3, с.153].

**Задача 4.** Телефонна централа трябва да обслужва 100 000 абонатни поста. С колко цифри трябва да бъдат телефонните номера, ако се знае, че всички телефонни номера трябва да имат еднакъв брой цифри и няма други ограничения [3, с. 154]?

**Задача 5.** Компания произвежда и продава  $x$  транзисторни радиоприемника на седмица. Разполагаме с функция на търсенето (брой продадени радиоприемници на цена  $v$ )  $x = 10000 - 1000v$  и функция на разходите  $c(x) = 5000 + 2x$ . Компанията може да продава най-много 8 000 радиоприемника седмично, т.е.  $0 \leq x \leq 8000$ . Намерете максималните приходи и максималната печалба [1; 252].

**Задача 6.** Фирма произвежда два вида маси – обикновени и разтегателни. Постоянните месечни разходи за производство на обикновени маси са 100 лв., а за разтегателните те са 120 лв. Маргиналните разходи са 8 лв. и 14 лв. съответно за обикновена и за разтегателна маса. Ако  $x$  и  $y$  са произведените за месец количества обикновени и разтегателни маси, изразете като функция на  $x$  и  $y$  месечните производствени разходи  $c$ .

$$A(x, y) = 220 + 22x + 22y; \quad B(x, y) = 100 + 8x + 14y; \quad C(x, y) = 120 + 14y + 8y;$$

$$D(x, y) = 220 + 14x + 8y; \quad E(x, y) = 220 + 14x + 8y. \quad [4c.127].$$

**Задача 7.** Производството на основния за една фирма продукт се описва посредством функцията на Коб-Дъглас  $z(x, y) = 24x^{0.8}.y^{0.2}$ , където  $z$  е произведеното количество, а  $x$  и  $y$  са съответно използваните от фирмата труд и капитал. Ако фирмата е използвала 243 единици труд и 32 единици капитал, намерете маргиналната производителност на труда. А) 24, 3; В) 0, 8; С) 0, 2; D) 12, 8; E) 24 [4, с. 124].

III. При темата по математика “Приложение на матриците при решаване на практически задачи от икономиката” със студентите се решават задачи от следния вид:

**Задача 8.** Фирма произвежда три продукта М, К и Т на базата на три ресурса  $P_1, P_2$  и  $P_3$ . През бъдещ период тя може да осигури производство с три варианта от съответните количества ресурси.

В таблица 1 са приведени разходните норми, както и количествата ресурси. Да се намерят трите възможни варианта за производство.

Таблица 1. Разходни норми

| Ресурси | Продукти |     |     | Вариант 1 | Вариант 2 | Вариант 3 |
|---------|----------|-----|-----|-----------|-----------|-----------|
|         | М        | К   | Т   |           |           |           |
| $P_1$   | 0,2      | 0,3 | 0,1 | 16        | 20        | 28        |
| $P_2$   | 1,4      | 1,5 | 1,3 | 124       | 128       | 172       |
| $P_3$   | 0,6      | 0,2 | 0,5 | 42        | 31        | 46        |

*Решение:* От данните в Табл. 1 можем да съставим две матрици,  $A$  и  $B$ .

$A$  – матрица на разходните норми;  $B$  – матрица на ресурсната осигуреност.

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 1,4 & 1,5 & 1,3 \\ 0,6 & 0,2 & 0,5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 16 & 20 & 28 \\ 124 & 128 & 172 \\ 42 & 31 & 46 \end{pmatrix}.$$

Решаването на поставения проблем се свежда до намирането на матрицата на производството  $X = \begin{pmatrix} 30 & 10 & 40 \\ 20 & 50 & 60 \\ 40 & 30 & 20 \end{pmatrix}$ , която удовлетворява матричното уравнение от вида  $AX = B$ . Стълбовете на тази матрица отговарят на трите варианта производствена програма. По I вариант се произвеждат продукти М, К и Т съответно с обеми 30, 20 и 40; по II вариант обемите са 10, 50 и 30, а по III вариант – 40, 60 и 20. [1, с. 53]. На студентите поставям следните задачи:

1. Да сравнят отделните варианти по различни допълнителни показатели (общ обем на продукцията в стойностно изражение, общ размер на печалбата и други).
2. Да направят оценка въз основа на съответния показател и да оценят, кой от вариантите е най-изгоден за производителя.

**Задача 9.** През есенно-зимния сезон фермер ще изхранва своите животни с три фуража: ливадно сено, царевичен силаж и слънчогледов шрот. Дажбата трябва да осигури определени количества крѐмни единици (КЕ), калций (Са) и фосфор (Р). (вж. Таблица 2.), която съдържа данни за хранително съдържание на 1 кг от фуражите, както и три варианта за необходимите количества хранителни вещества. Да се състави дажба за изхранване на животните в три варианта.

*Решение:* Означете с  $A$  матрицата за хранително съдържание на фуражите, с  $B$  – матрицата, чиито стълбове са количествата хранителните вещества. Решете матричното уравнение от вида:  $AX = B$  [1, с. 55].

Таблица 2. Хранително съдържание на 1 кг от фуражите

| Хранителни вещества | Фуражи |       |      | Варианти |    |     |
|---------------------|--------|-------|------|----------|----|-----|
|                     | сено   | силаж | шрот | I        | II | III |
| КЕ                  | 3      | 1     | 2    | 11       | 6  | 13  |
| Ca(r)               | 3      | 2     | 2    | 12       | 9  | 13  |
| P(r)                | 1      | 3     | 1    | 7        | 10 | 5   |

За домашна работа на студентите се дават още задачи от този вид и им се възлага

задача, да съставят подобни задачи, свързани с данни от икономиката в техните страни.

Използването на междупредметни връзки между математиката и икономиката по описаните начини спомага за подобряване на резултатите от обучението на чуждестранните студенти и по двете дисциплини.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ат. АВРАМОВ, Ст. ГРОЗЕВ. Висша математика (с приложения в икономиката и бизнеса). Велико Търново, 2000, 336с.
- [2] Ат. УЗУНОВ, Ар. ПИРЯН-ХАЧИЯН, Ст. ЛИСЕВ, Т. ПОПОВ, Л. ТОШКОВ, Т. КОНДЖОВ, Р. РУСИНОВА, Вл. ПЕОВСКИ. Микроикономика. ГорексПрес, С., 2003, 376с.
- [3] В. Т. ПАВЛОВ. Математически методи в икономиката. РУ "Ангел Кънчев", Делта<sup>+</sup>, Русе, 2006, 270 с.
- [4] Чиприянова К. М. Шопова, Н. Георгиева, Висша математика - изпитни тестове, Свищов, 2006. 170 с.

Лиляна Иванова Апостолова-Политова  
ДЕО към СУ "Св. Климент Охридски"  
Катедра "Природоматематически науки"  
Секция "Математика"  
ул. "Коста Лулчев" № 27, ст. 401  
1111 София

#### POSSIBILITIES OF USING INTER-SUBJECTS CONNECTIONS BETWEEN MATHEMATICS AND ECONOMICS AT THE EDUCATION OF FOREIGN STUDENTS

**Liliana Ivanova Apostolova-Politova**

Based on an investigation over common themes and terminology in mathematics and economics and through suitable examplesp the possibilities for more adequate learning of educational matter during the parallel study of the two disciplines at the Department for Language Teaching and International Students at Sofia University are established. The most frequently used terms needed to be mastered by the students through their education at DLTIS are explored. Examples for using inter-subjects connections between mathematics and economics are given.