

*МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2013
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2013
Proceedings of the Forty Second Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovetz, April 2–6, 2013*

ДИСКУСИЯ

**НАЦИОНАЛНА СТУДЕНТСКА ОЛИМПИАДА
ПО КОМПЮТЪРНА МАТЕМАТИКА
„АКАДЕМИК СТЕФАН ДОДУНЕКОВ“**

Стоян Капралов, Стефка Буюклиева, Младен Манев

През 2012 г. се проведе първото издание на Националната студентска олимпиада по компютърна математика „Академик Стефан Додунеков“ (CompMath-2012).

Регламентът на състезанието е аналогичен на регламента на Националната студентска олимпиада по математика. Състезанието е индивидуално и в него имат право да участват студенти от бакалавърски или магистърски програми от всички университети в България. Състезателите са разделени на три групи, според изучаваната университетска специалност:

Група А – математика, информатика и компютърни науки;

Група Б – природни и технически науки, сигурност и отбрана;

Група В – всички останали специалности.

Има отделно класиране за всяка група, като 50% от участниците от всяка група получават медали.

Състезанието се състои в решаване на 30 задачи за 4 часа, с помощта на системи за компютърна математика. На CompMath-2012 студентите използваха системи Maple, Mathematica и MATLAB/Mupad.

Олимпиадата CompMath-2012 беше организирана от Национална комисия с председател проф. дмн Стоян Капралов от ТУ-Габрово и Жури с председател проф. дмн Стефка Буюклиева от ВТУ при домакинството на Технически университет – Габрово. Автори на състезателните теми са проф. Стефка Буюклиева и доц. Йордан Тончев, гл. ас. д-р Младен Манев и ас. Павлина Стефанова от Технически университет – Габрово.

В CompMath-2012 участваха 41 студенти от 8 университета: Великотърновски университет „Св. Св. Кирил и Методий“, Русенски университет „Ангел Кънчев“, Технически университет – Варна, Бургаски свободен университет, Пловдивски университет „Паисий Хилендарски“, Софийски университет „Св. Климент Охридски“ – Факултет по химия и фармация, Шуменски университет „Епископ Константин Преславски“ и Технически университет – Габрово.

Спонсори на олимпиадата бяха VIVACOM, Съюз на математиците в България и СТЕМО.

Втората Национална студентска олимпиада по компютърна математика (CompMath-2013) ще се проведе в Русенски университет през месец октомври 2013 г.

Приложение. Избрани задачи от състезателната тема за група А

1. Да се пресметне стойността на израза $x_1^{12} + x_2^{12}$, където x_1 и x_2 са корените на уравнението $x^2 - 5x + 11 = 0$.

2. Да се реши в комплексни числа уравнението $(x + 2)^8 - (x - 2)^8 = 0$.

3. Дадени са матриците $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & x \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2012 & x \\ 0 & 1 & 2012 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. За кои стойности на x е вярно равенството $A^{2012} = B$?

4. Да се изследва и реши системата в зависимост от стойностите на параметъра λ

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + \lambda x_4 = 1 \end{cases}$$

5. Да се намери лицето на $\triangle ABC$, ако уравненията на страните му са:

$$x + 11y - 23 = 0, 10x - y - 8 = 0 \quad \text{и} \quad 11x + 10y - 142 = 0.$$

6. Да се намерят координатите на средата на общата хорда на окръжностите

$$k_1 : (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 10 \quad \text{и} \quad k_2 : (x - 7)^2 + (y - 5)^2 = 9.$$

7. Да се начертае графиката на биквадратната функция $f(x) = ax^4 - (a + 2)x^2 + 3$ в интервала $[-2, 2]$, ако е известно, че минава през точката $A(2, 7)$.

8. Да се пресметне $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \cotg x)^{\operatorname{tg} x}$.

9. Да се пресметне $f''\left(\frac{\pi}{6}\right)$, ако $f(x) = \ln(\sin 2x + \cos 3x)$.

10. Да се намерят най-голямата и най-малката стойност на функцията

$$f(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & x & x & x \\ x & 2 & x & x & x \\ x & x & 3 & x & x \\ x & x & x & 4 & x \\ x & x & x & x & 5 \end{vmatrix} \quad \text{в интервала} \quad [1, 5].$$

11. Да се намерят корените на уравнението $11 \sin 3x = 9 \ln x$.

12. За кои стойности на параметъра a функцията

$$f(x) = \sin x + 3a \sin 2x - \frac{1}{3} \sin 3x - 6ax \quad \text{е растяща в интервала} \quad (-\infty, +\infty)?$$

13. Да се пресметне $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x}$.

14. Да се разложи в ред на Тейлър до десета степен около нулата функцията $f(t)$, която се изразява като детерминанта на квадратната матрица от трети ред

$$A = (a_{ij}) \text{ с елементи } a_{ij} = \int_{\frac{\pi}{4}}^t \frac{\cos x + \sin x}{i + j} dx.$$

15. Да се пресметне лицето на равнинната област, определена с неравенството $|x|^3 + |y|^3 \leq 8$.

16. Намерете цяло положително число n , за което

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \cdots + \frac{1}{n.(n+1).(n+2)} = \frac{1013545}{4054182}.$$

17. Да се намерят всички естествени числа $n \in [2000, 2012]$, които са решения на уравнението $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cdots + \cos nx) = \frac{1}{2}$.

18. За кои реални числа a и b равенството $\int_0^{\pi} (at + bt^2) \cos mt \, dt = \frac{1}{m^2}$ е в сила за всяко цяло положително число m ?

19. Да се провери дали функцията $y(x) = \frac{\cos x}{2} + \frac{e^x + e^{-x}}{4}$ е решение на уравнението $y(x) = \cos x + \int_0^x (x-t)y(t) \, dt$.

20. Да се намерят последните три цифри в десетичния запис на числото

$$\left(\dots \left((7^7)^7 \right) \dots \right)^7,$$

като в дадения израз участват 2012 седмици.

Стоян Капралов, Младен Манев
Катедра Математика
Технически университет – Габрово
ул. „Хаджи Димитър“ № 4
5300 Габрово
e-mail: s.kapralov@gmail.com
ml.manev@gmail.com

Стефка Буюклиева
Великотърновски университет „Св. Св. Кирил и Методий“
Катедра Алгебра и геометрия
ул. Арх. Г. Козарев № 3а
5000 Велико Търново
e-mail: stefka@uni-vt.bg