

*МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2017
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2017
Proceedings of the Forty-sixth Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovets, April 9–13, 2017*

**НЯКОИ АСПЕКТИ ОТ КУРСОВЕ ЗА УЧИТЕЛИ
ВЪРХУ ПРИЛАГАНЕТО НА ИЗСЛЕДОВАТЕЛСКИ
ПОДХОД В МАТЕМАТИКАТА**

Мария Браухле

Появата на динамичния математически софтуер предоставя нови възможности за използване на изследователския подход в обучението по математика. Важна роля за успешното прилагане на този подход играе добрата подготовка на учителите. Анализът на резултатите от вече проведени квалификационни курсове е важен за бъдещите обучения. В статията са представени резултатите от три квалификационни курса за използване на изследователския подход в обучението по математика с учители от област Благоевград.

Обща информация. В периода от месец март 2015 г. до месец юли 2016 г. в област Благоевград се състояха три квалификационни курса за учители по математика на тема „Изследователски подход в обучението по математика“. Те бяха проведени в рамките на проект MASCIL със съдействието на Регионалния академичен център при ЮЗУ „Неофит Рилски“ и Института по математика и информатика при БАН.

Курсовете имаха няколко основни цели:

1. Запознаване с изследователския подход в обучението по математика като метод за възпитаване у учениците на ключови компетентности [1, 2, 3].
2. Придобиване на умения за използване на GeoGebra и на ресурсите от Виртуалния училищен кабинет по математика при реализирането на изследователския подход в обучението по математика.
3. Придобиване на основни умения за работа с динамичен математически софтуер GeoGebra.
4. Придобиване на основни умения за работа с Виртуалния училищен кабинет по математика [4, 5].

Така поставените цели могат да бъдат групирани в две основни групи – придобиване на методически умения (1. и 2.) и придобиване на технически умения (3. и 4.).

Обученията бяха проведени на два етапа – присъствен и неприсъствен, всеки по осем часа.

По време на присъствения етап учителите се запознаха с основните инструменти на GeoGebra чрез активно решаване на поставени задачи. Формулировката на задачите поставяше участниците в ситуация на работа в изследователски стил. Обучението за работа с Виртуалния училищен кабинет включваше два основни аспекта.

Първият аспект бе организиране на експеримент с една или повече конструкции от кабинета, а вторият – модифициране на конструкциите за собствени нужди. Едно-временно с овладяването на техническите умения се изясняваха същността и етапите на изследователския подход – ориентиране в проблема, формулиране на хипотезата, проверка на хипотеза, анализ на резултатите.

Съществена част от обучението бе неприсъственият етап, който се състоеше в разработването на урочна единица или на няколко последователни урока в изследователски стил под формата на курсова работа. Темите бяха по избор на участниците, в зависимост от класовете, в които преподават. Курсовите работи бяха разработвани индивидуално или в екипи.

Първият курс се проведе през месец март 2015 г. в гр. Банско с шестнадесет учители от гр. Банско и с. Добърско. Седем от участниците бяха начални учители, а останалите бяха преподаватели от горен курс. Тринадесет завършиха курса успешно с разработена курсова работа. Предложените курсови работи бяха осем. Две от тях се отнасяха за преподаване в първи клас, останалите – за осми и девети клас. Темите бяха най-разнообразни – и върху алгебра, и върху геометрия.

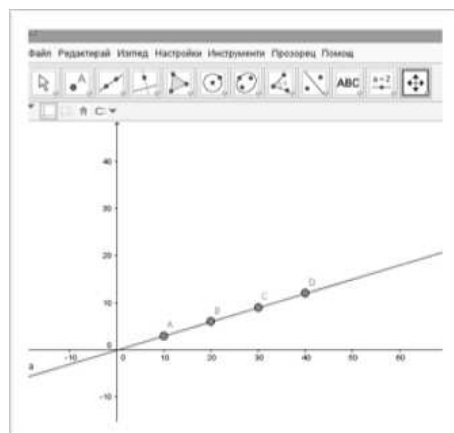
Вторият курс се проведе през месец март 2016 г. в учебната база на ЮЗУ „Бачиново“ в рамките на дните на математиката в област Благоевград. В курса взеха участие петнадесет учители от градовете Благоевград, Банско, Гоце Делчев, Петрич и Разлог. Всички участници бяха преподаватели от горен курс. Четиринадесет от участниците завършиха курса успешно с общо шест курсови работи. Една тема бе предназначена за десети клас и бе от областта на алгебрата, останалите теми бяха геометрични и предназначени за осми и девети клас.

Третият курс се проведе през месец юни 2016 г. в ОУ „Св. Паисий Хилендарски“ в с. Краище. Участниците в него бяха шестнадесет – двама учители от основен курс, четирима възпитатели и десет начални учители. Завършилите успешно, с общо четири курсови работи, бяха тринадесет. Две от темите обхващаха материал от началния курс, една от основния и една бе предназначена за допълнителните занимания в целодневното обучение.

Пример. Участници от първия курс предложиха курсова работа на тема *Права пропорционалност. Графика*. Те тръгват от една практическа задача и стигат до понятията *права пропорционалност* и *графика на правата пропорционалност*. Задачата е „Съдържанието на желязо в рудата е 30%. Колко тона желязо може да се добие от 10 т, 20 т, 30 т и 40 т руда?“

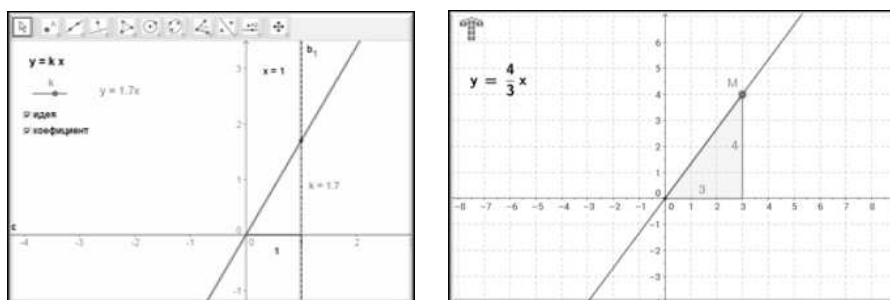
Учениците решават поставената задача и оформят решенията си таблично. Откриват зависимостта $y = 0,3x$. В GeoGebra начертават четирите точки от таблицата. Задачата им е да формулират предположения и да изследват връзките между точките.

След откритието, че точките лежат на една права (фиг. 1), урокът продължава с файлове от Виртуалния училищен кабинет по математика. На учениците се предоставя възможността да експериментират и да открият връзката на коефициента пред x с положението на правата, както и факта, че графиката на правата пропорционалност винаги минава през началото на координатната система. Едва след формулирането на съответните изводи от страна на учениците, учителят въвежда понятието ъглов коефициент. Отново с файлове от Виртуалния училищен кабинет



Фиг. 1.

по математика учениците търсят начини за откриване на коефициента пред x по дадена графика (фиг. 2).



Фиг. 2

Накрая учениците решават задачи за определяне скоростта на пешеходец и автомобил по дадени графики (фиг. 3).

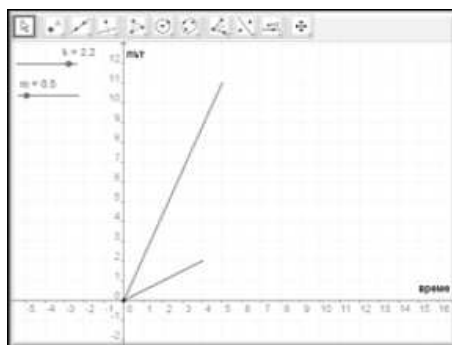
За домашна работа трябва да открият и други приложения на графиката на правата пропорционалност.

За разлика от традиционната методика, при която новите знания се дават наготово, чрез динамичния софтуер в комбинация с изследователския подход учениците имат възможност да преживеят и сами да открият математическите зависимости. Като резултат се формират по-трайни знания у учениците.

Анализ. Курсовите работи са първият пряк резултат от проведените обучения. Въз основа на техния анализ биха могли да се направят изводи доколко обученията са постигнали поставените цели.

Относно овладяването на техническите умения от участниците може да съдим по използваните ресурси в курсовите работи. Анализът показва три различни варианта на използване на ресурсите, а именно:

- Използване на готови ресурси (ГР) от Виртуалния училищен кабинет по математика и от сайта на проекта Fibonacci [6];



Фиг. 3

- Използване на собствени динамични файлове (CP), създадени с GeoGebra;
- Комбинирано използване на собствени динамични файлове, създадени с GeoGebra и на ресурси от Виртуалния училищен кабинет по математика (CP & ВУК).

В някои от сценариите собствените динамични файлове, създадени с GeoGebra, се подготвят от учителите и се предоставят на учениците да експериментират с тях. В други сценарии се разработват от самите ученици.

На диаграмата на фиг. 4 е представено разпределението по брой курсови работи на различните варианти на използване на ресурсите. Курсовите работи, съдържащи собствени динамични конструкции, са означени с различни цветове, в зависимост от това, дали файловете се разработват от учителя или от учениците. От диаграмата се вижда, че в повече от половината разработки се използват готови ресурси от Виртуалния училищен кабинет.

В седем от курсовите работи са предложени динамични конструкции, създадени от учители. Общият брой на тези конструкции е двадесет и осем. Само три от тях имат аналог във Виртуалния училищен кабинет.

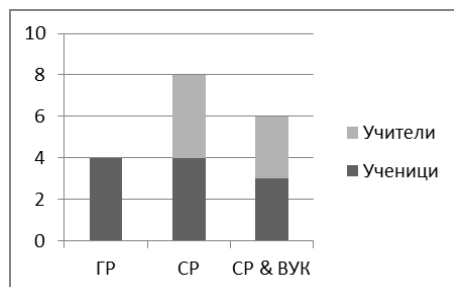
В четири от предложените сценарии е предвидено учениците да чертаят с GeoGebra, без да използват готови конструкции, а в три е предвидено да чертаят с GeoGebra и едновременно да използват готови динамични конструкции.

Модифицирани файлове от Виртуалния училищен кабинет няма в нито една от курсовите работи. Въпреки това резултатите показват едно добро овладяване на техническите умения от страна на учителите.

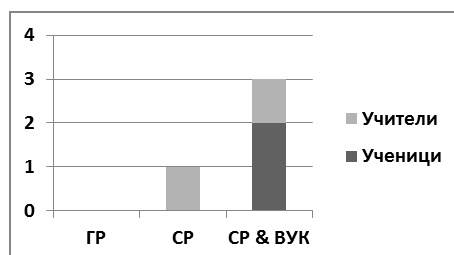
Два от курсовете бяха смесени за учители по математика и за начални учители. Разпределението на използваните ресурси в курсовите работи на началните учители е показано във фиг. 5.

Диаграмата показва, че началните учители не са се поколебали да използват собствени динамични файлове, създадени от тях самите или от техните ученици, в комбинация с готови ресурси от Виртуалния училищен кабинет.

За овладяването на методическите цели може да се съди по предложената организация на учебния процес. Единствено в една от курсовите работи учениците работят самостоятелно външи по зададен проект. Във всички останали се предвижда организиране на експеримент от учителя в часа по математика чрез използване на динамичната среда GeoGebra.



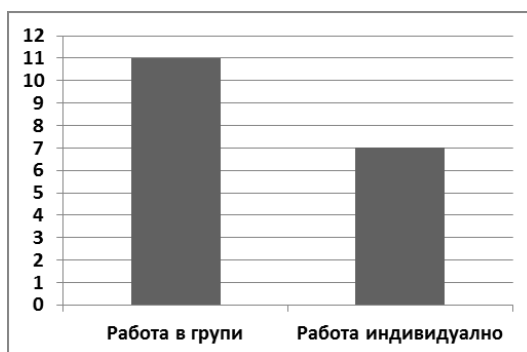
Фиг. 4. Използвани ресурси в курсовите работи



Фиг. 5. Използвани ресурси в курсовите работи на началните учители

Изследователският стил може да се прилага на четири равнища в зависимост от отговорностите, които поемат учителят и ученикът. Тези равнища са *потвърждаващо изследване*, *структурирано изследване*, *ръководено изследване* и *отворено изследване*. Разпределянето на отговорностите при различните равнища е цитирано в [7].

Във всички курсови работи, предвиждащи експеримент, се използва структурирано изследване. Проблемът и процедурата се дават от учителя, а решението от ученика. На учениците се дава възможност да наблюдават, да формулират предположения, да експериментират, да откриват и да обясняват, т.е. да бъдат активни участници в учебния процес. За себе си учителите отреждат ролята на наблюдаващи и напътстващи.



Фиг. 6. Разпределение на курсовите работи относно организацията на учебния процес

От диаграмата на фиг. 6 се вижда, че в повече от половината курсови работи се предвижда учениците да работят в групи. Във всички тези сценарии отделните групи формулират предположения, наблюдават и експериментират и представят своите резултати пред останалата част от класа. Подобна организация на учебния процес води до възпитаване у учениците на ключови компетентности като работа в екип, комуникативност и умение за представяне на резултати. В останалите курсови работи е предвидено учениците да работят индивидуално и да представят резултатите си, като по този начин у тях се развива и умението за самостоятелно учене. Откривайки математически зависимости с помощта на компютър, учениците могат да развият и своите дигитални компетентности. Въз основа на тези резултати бихме могли да заключим, че участниците в обучението са уловили същността на изследователския подход.

В преобладаващата част от темите се разглеждат теоретични въпроси от областите алгебра и геометрия. Задачи с практически характер са поставени в четири от курсовите работи, чиито теми са „Права пропорционалност. Графика“, „Закон на Ом“, „Геометрични фигури – видове, чертане, откриване на прилики и разлики, измерване на страни и практическо приложение“ и „Обиколка на триъгълник и правоъгълник“. Реален експеримент с волтметър се предвижда в темата „Закон на Ом“. След експеримента се преминава към работа с абстрактен модел на закона на Ом в GeoGebra. Последните две теми с практически задачи са предназначени за най-малките ученици от началния курс. При тях се преминава от реални обекти, като прозорци, врати и огради на градинки към техните абстрактни аналози в геометрията. И в четирите предложени сценария наблюдаваме петте стъпки за използване на математиката в реалния живот според PISA [8], а именно:

- Посочване на проблем от реалността;
- Организирането му в съгласие с математическите концепции и идентифициране на необходимото математическо познание;
- Постепенно отстраняване на реалността с цел преобразуването на житейския проблем в математическа задача, която правилно отразява ситуацията;
- Решаване на математическата задача;
- Осмисляне на математическото решение от гледна точка на житейската ситуация.

Работата в изследователски стил в часовете по математика възпитава именно способността в даден проблем от реалността да бъдат разпознати математическите модели и той да бъде превърнат в математическа задача.

Според предоставената информация до този момент четири от разработените проекти на уроци са реализирани в клас. Интересен е фактът, че две от тези теми – „Числата до 20. Събиране на числата до 20“ и „Геометрични фигури – видове, чертане, откриване на прилики и разлики, измерване на страни и практическо приложение“ са разработени от начални учители. Темата „Изработване на основна схема за апликация с техника Айрис Фолдинг“ е разработена от възпитатели и единствено темата „Видове ъгли“ е разработена от учители по математика в осми клас. В [9] е представен анализ на урока „Числата до 20. Събиране на числата до 20“. Повечето от участниците в курсовете споделиха, че не са имали възможност да проведат урок по разработената тема, тъй като в момента преподават в друг клас или защото не разполагат с необходимото техническо оборудване.

От отбелязаното по-горе, както и от диаграмата на фиг. 4, се вижда, че в някои от предложените сценарии учителите предлагат учениците сами да направят чертежи с GeoGebra. В подобни случаи е необходимо учениците предварително да са получили базисни познания за работа със софтуера. При използването на конструкции от Виртуалния училищен кабинет тази необходимост отпада.

Изводи. Този формат на провеждане на квалификационни курсове на учители за прилагане на изследователския подход чрез динамичен математически софтуер в обучението по математика дава добри резултати. Съдейки по разработените курсови работи, можем да заключим, че учителите успяват да овладеят основните технически и методически умения, заложили в програмата. Използването основно на структуриран изследователски подход в курсовите работи не е изненада. Прилагането на изследователския стил в часовете по математика изисква голяма промяна в стереотипите на работа на учителите. Тази промяна се нуждае от време и практика.

Преди провеждането на смесените обучения, едновременно за начални учители, възпитатели и учители по математика, имаше известни опасения дали математиката в тези курсове няма да е „прекалено много“ за началните учители. Резултатите показват, че тези опасения са били напразни. Началните учители и възпитателите се включиха с голям ентузиазъм в обученията. Показателен е фактът, че от общо четири проекта на урок на начални учители и възпитатели, три вече са реализирани в клас.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] C. GÖTZ, V. ULM. EU-Projekt “KeyCoMath” – Developing Key Competences by Mathematics Education. *UBT aktuell* **3**, (2014), 15.
- [2] П. КЕНДЕРОВ, Е. СЕНДОВА, Т. ЧЕХЛАРОВА. Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. *Математика и математическо образование*, **43** (2014) 99–105.
- [3] П. КЕНДЕРОВ, Т. ЧЕХЛАРОВА, Е. СЕНДОВА. Европейският проект KeyCoMath и ориентираното към усвояване на ключовите компетентности. *Математика и математическо образование*, **44** (2015), 155–157
- [4] Виртуален училищен кабинет по математика, <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/>
- [5] Т. ЧЕХЛАРОВА, G. GACHEV, P. KENDEROV, E. SENDOVA. A Virtual School Mathematics Laboratory. В: V-та Национална конференция по електронно обучение. Русе, 16–17.06.2014, 146–151.
- [6] Т. ЧЕХЛАРОВА. По следите на правата пропорционалност, http://www.math.bas.bg/omi/docs/prava_proporcionalnost_8/index.htm
- [7] Н. НИКОЛОВА, Е. СТЕФАНОВА. Предизвикателствата на изследователския подход. Изследователски подход в образованието по математика, Издателство „Регалия 6“, 2013, 93–98.
- [8] Подгответе се за PISA! Математика. Примерни задачи от PISA на ОИСП, Просвета, 13–14.
- [9] М. БРАУХЛЕ. Всичко започна с едно стихотворение и завърши с много усмивки. Добри практики в образованието по математика и ИТ за развиване на ключови компетентности, Издателство Макрос, 2015, 12–15.

Мария Тодорова Браухле
Институт по математика и информатика
Българска академия на науките
ул. „Акад. Георги Бончев“ бл. 8
1113 София, България
e-mail: brauchle21@yahoo.de

**SOME ASPECTS OF TEACHER-TRAINING COURSES TO APPLY AN
INQUIRY BASED LEARNING APPROACH IN MATHEMATICS
EDUCATION**

Maria Brauchle

The appearance of dynamic geometry software provides new opportunities to apply inquiry based learning in mathematics education. The teacher training plays an important role for the successful implementation of this approach. The analysis of the results of professional development (PD) of teachers is important for future PD courses. The article presents the results of three PD courses with teachers from Blagoevgrad district.