

ИНДЕКС НА ВЪЗРАСТОВИЯ ФАКТОР  
В ТЕМАТА ЗА 5.–6. КЛАС НА XXV ТУРНИР  
„ЧЕРНОРИЗЕЦ ХРАБЪР“

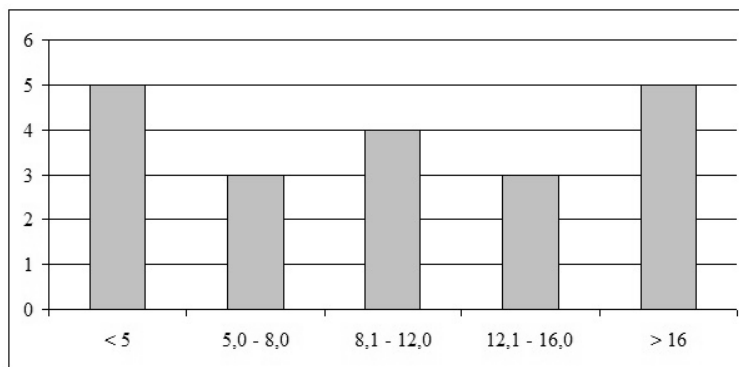
Борислав Лазаров, Албена Василева

В статията се прави дидактически анализ на тестови единици от състезателната тема за 5.–6. клас на XXV турнир **Черноризец Храбър**. Приложен е индексът на възрастовия фактор за анализиране на нивото на знания, умения и нагласа на изявени ученици по математика. Статистиката от представянето на учениците по някои конкретни тестови единици дава основания на авторите да направят някои общи заключения за когнитивното развитие на учениците в ранна средношколска възраст.

**Въведение.** Статистическата характеристика *индекс на възрастовия фактор* (ползваме съкращението ИВФ) беше въведена от нас във връзка с анализа на резултатите от темите за 5.–6. клас на XXIII и XXIV турнир **Черноризец Храбър** [1]. Тази статистическа характеристика се оказа полезна за разпознаването на дидактически значими разлики в развитието на изявените ученици по математика във възрастовата група 11–13 години. Разбира се, заключенията, които се правеха на основата на статистиката, нямат категоричен характер, а по-скоро дават насока за по-детайлно изследване на маркираните проблемни области. Докато в предни наши проучвания се съсредоточавахме предимно върху тестовите единици (ТЕ) с екстремални стойности на ИВФ [1, 2], то в тази статия ще обърнем внимание на онези ТЕ със значения на ИВФ, които са близки до средната стойност за разглежданата състезателна тема.

**Дефиниции.** В тази статия ще ползваме статистическите характеристики на ТЕ по начина, определен в [2]. Трудността на тестовата единица (*item*), съответно в стратата клас  $n \in \{5; 6\}$ , ще означаваме с  $T_n^{(item)}$ ; аналогичен е смисълът на означението за разграничителната сила  $D_n^{(item)}$ . Индекс на възрастовия фактор се дефинира като разликата  $\Delta^{(item)} = T_5^{(item)} - T_6^{(item)}$  [1]. С  $\Delta$  означаваме средната стойност на  $\Delta^{(item)}$ .

**Параметри на изследването.** Данните в настоящото изследване са за състезателната тема за 5.–6. клас от XXV турнир **Черноризец Храбър**, проведен на 1 ноември 2016 г. [3]. Обработени са резултатите на 611 ученици, от които 348 са от 5. клас. Темата включва 20 тестови единици с избираем отговор. Регламент за



Фиг. 1. Групирано разпределение на  $\Delta^{item}$  за състезателната тема от 2016 г.

оценяване: за верен отговор на ТЕ – по 7 точки; за непълнен отговор – по 3 точки; за грешен отговор – 0 точки. При такъв регламент в изследваната популация резултатите за 5. клас са от 35 до 125 точки, за 6. клас са от 30 до 129 точки. За състезателната тема  $\Delta = 15,9$ .

**Примери и коментари.** В тази секция ще разгледаме ТЕ6, ТЕ12, ТЕ16 и ТЕ20, чиито стойности на ИВФ са близки до  $\Delta$ .

**ТЕ6.** Кое аритметично действие е означено с  $\nabla$  в равенството

$$(55 + 5 + (5!) : 5) \nabla ((5!) : 5) = 2016?$$

(Използвано е означението  $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ .)

А) събиране Б) изваждане В) умножение Г) деление

Д) никое от тези действия не подходя

*Решение.*  $(55 + 5 + (5!) : 5) \nabla ((5!) : 5) = 2016 \iff 84 \nabla 24 = 2016$ . Имаме  $84 \cdot 24 = 2016$ . *Отговор:* В.

*Статистика.*  $T_5^{TE6} = 29,0$ ;  $T_6^{TE6} = 14,8$ ;  $\Delta^{TE6} = 14,2$ ;  $D_5^{TE6} = 18,4$ ;  $D_6^{TE6} = 12,2$ .

*Коментар.* Задачи с неизвестни числа се решават в училище още от 1. клас. Рядко, но се срещат и задачи, в които трябва да се определи аритметична операция, за да е изпълнено дадено равенство. Тук обаче, за да се стигне до позната задача, трябва да се извършат няколко пресмятания. По този начин, без да е особено трудно, решаването на такава задача предполага устойчиви знания, умения и нагласа за работа с числа. Сравнително високата разграничителна сила е индикатор, че тези елементи на компетенцията са развити у най-подготвените ученици от двете страти, но измежду тях шестокласниците са значително по-висок процент. Стойността на ИВФ, близка до средната, може да се тълкува по следния начин: между 5. и 6. клас има съществено развитие в нагласата за работа с числа.

**ТЕ12.** Съставих куб от 125 еднакви бели кубчета. После прокарах тунел от центъра на предната стена до центъра на задната, премахвайки 5 кубчета. Ако оцветя стените на куба и на тунела в зелено, колко от малките кубчета ще имат точно 5 бели стени?

А) 54 Б) 56 В) 58 Г) 60 Д) никое от тези

*Решение.* Кубът е с ръб 5. Ако не бях пробивал тунела, кубчетата с 5 бели стени (и една зелена) са по 9 на всяка стена – общо  $6 \cdot 9 = 54$ . Тунелът премахва по 5 такива кубчета от две стени на куба и добавя 12 нови във вътрешността. Окончателно,  $54 - 2 \cdot 5 + 12 = 56$  кубчета. *Отговор:* Б.

*Статистика.*  $T_5^{\text{TE12}} = 89, 4$ ;  $T_6^{\text{TE12}} = 75, 7$ ;  $\Delta^{\text{TE12}} = 13, 4$ ;  $D_5^{\text{TE12}} = 8, 6$ ;  $D_6^{\text{TE12}} = 21, 3$ .

*Коментар.* Задачи с пространствени фигури не се решават между първия срок на 5. клас и първия срок на 6. клас. Затова ИВФ може да се тълкува като адекватен измерител на развитието на рефлексивните способности, което обяснява защо стойността на  $\Delta^{\text{TE12}}$  е близка до средната. Стойностите на разграничителната сила показват значителен ръст, което тълкуваме като съществено развитие на абстрактното пространствено мислене и ориентация само за една малка част от най-изявените шестокласници.

**ТЕ20.** В Квадрантия за паричната единица квадлев са в обръщение само банкноти на стойност 1 кв., 4 кв. и 9 кв. Ачо има три банкноти, не знаем с какви стойности. Коя от сумите

А) 3 кв. Б) 11 кв. В) 15 кв. Г) 19 кв. Д) 22 кв.

със сигурност не може точно да плати Ачо, без да трябва да му се връща ресто?

*Решение.* За 15 кв. трябва да използва точно една банкнота от 9 кв. Останалите 6 кв. не могат да се платят с 1 или 2 банкноти. За останалите варианти: 3 кв. се плащат с 3 банкноти от 1 кв.; 11 кв. се плащат с 2 банкноти от 1 кв. и 1 от 9 кв.; 19 кв. се плащат с 2 банкноти от 9 кв. и 1 от 1 кв.; 22 кв. се плащат с 2 банкноти от 9 кв. и 1 от 4 кв. *Отговор:* В.

*Статистика.*  $T_5^{\text{TE20}} = 28, 7$ ;  $T_6^{\text{TE20}} = 15, 2$ ;  $\Delta^{\text{TE20}} = 13, 5$ ;  $D_5^{\text{TE20}} = 24, 1$ ;  $D_6^{\text{TE20}} = 20, 8$ .

*Коментар.* Такива задачи не са включени в учебната програма, т.е.  $\Delta^{\text{TE20}}$  изразява развитие на комплекс от знания, умения и нагласа, свързани предимно с подготовката и участието в математически състезания (състезателна компетенция [4]). Стойностите на разграничителната сила показват равномерно увеличение в горния квартил при двете възрастови групи, но също и еднакво ниско ниво в долния квартил на вариационния ред.

**ТЕ16.** Колко са естествените числа, в записа на които няма други цифри освен 1 и 4 и имат сбор от цифрите 10?

А) 14 Б) 16 В) 18 Г) 20 Д) никое от тези

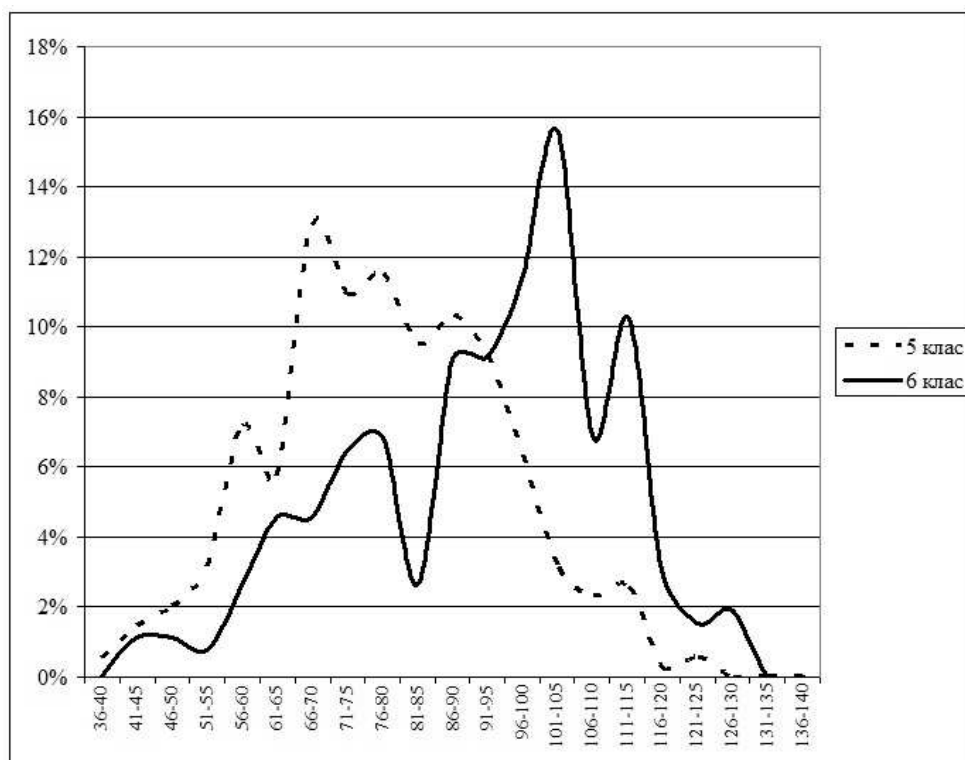
*Решение.* За записа на число само с цифрите 1 и 4 имаме възможностите: две цифри 4 и две 1 – 6 такива числа; една цифра 4 и шест 1 – 7 такива числа; десет цифри 1 – едно число. Общо  $6 + 7 + 1 = 14$  числа. *Отговор:* А.

*Статистика.*  $T_5^{\text{TE16}} = 66, 4$ ;  $T_6^{\text{TE16}} = 49, 4$ ;  $\Delta^{\text{TE16}} = 17$ ;  $D_5^{\text{TE16}} = 17, 8$ ;  $D_6^{\text{TE16}} = 34, 2$ .

*Коментар.* Показателите на ТЕ16 са сходни с тези на ТЕ20, макар ИВФ сега да е от другата страна на  $\Delta$ . Задачата е чисто комбинаторна, т.е. изисква съответната състезателна компетенция. Такава компетенция е изградена в горния квартил и на 5., и на 6. клас, но по-малката стойност на  $D_5^{\text{TE16}}$  говори за липса на преценка

на риска в една част от петокласниците (което е също елемент на състезателната компетенция).

**За състезателната тема.** На фиг. 2 е представен вариационният ред за двете страти. Ако се абстрахираме от детайлите на релефа, виждаме едно изместване вдясно на графиката на 6. клас спрямо тази на 5. Такова изместване е естествено, като величината му е специфична за всяка състезателна тема. Това, което е общо за темите от 2014, 2015 и 2016 г. (откакто правим такива проучвания), е връзката между съответното  $\Delta$  и тестовите единици, при които ИВФ се доближава до тази стойност. При тези ТЕ може ясно да се проследи развитието на комплекса знания, умения и нагласа, преносът им в нов контекст (или липсата на пренос).



Фиг. 2. Вариационните редове на 5. и 6. клас за състезателната тема от 2016 г.

**Заключителни думи.** Образователната и изследователска програма *Черно-ризец Храбър* предоставя на участниците в Турнира възможност да се изявяват многостранно. Статистико-дидактическият анализ на резултатите ни подсказва да обърнем внимание на една или друга страна от когнитивното развитие на изявените ученици. Наред с това, в съпътстващото обучение чрез непосредствена работа с изявените ученици имаме възможност да проследим и частично да управляваме това развитие, най-вече във възрастовата група между 11 и 13 години. Вече получаваме потвърждение на изненадващата хипотеза, че знанията и уменията, придобивани в

подготовката за математически състезания, са по-трайни и устойчиви в сравнение с някои такива, визирани като цели на задължителното обучение по математика. Такива наблюдения могат да подпомогнат взимашите решения в образованието от различен ранг за по-ефективно управление.

Не са ни известни научни доказателства за това при какви условия и до каква степен се формират спряганите в нормативната база ключови компетенции. Нещо повече, дълбоко вярваме, че избраната посока на аналитична организация в средното образование (предметно-ориентирано обучение) е отживяла времето си, а оттам и формирането на ключови компетенции е анахронизъм. Разгледаните примери по-горе недвусмислено показват, че преносът на знания и умения във възрастовата група 11–13 години е достъпен само за най-изявените от най-изявените. Значи в масовото училище такъв пренос е немислим, а оттук и изграждането на конкретна ключова компетенция става фикция [5].

Ние сме предлагали нова образователна парадигма, в която аналитичният модел в средното образование се допълва чрез интегрирано обучение. Тази парадигма, заедно със съответните модели за управление, дават отговор на много от съвременните претенции към масовото училище [6].

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] B. LAZAROV, A. VASSILEVA. Age Factor in a Math Contest Paper for 5th and 6th Grade Students. *Matematichki Bilten*, **40**, No 2 (2016).
- [2] Б. ЛАЗАРОВ, А. ВАСИЛЕВА. Възрастово-обособени разлики при работа по една тема. *Математика и математическо образование*, **45** (2016), 242–247.
- [3] Б. ЛАЗАРОВ. Двадесет и пет есенен математически турнир „Черноризец Храбър“, ИМИ-БАН, София, (подготвена за печат)
- [4] B. LAZAROV. Building Mathematics Competence via Multiple Choice Competitions. *JOURNAL OF THE KOREAN SOCIETY OF MATHEMATICAL EDUCATION, SERIES D*, **14**, No 1 (2010), 1–10.
- [5] Б. ЛАЗАРОВ. Деконтекстуализация. *Математика и математическо образование*, **43** (2014), 67–76.
- [6] Б. ЛАЗАРОВ, Д. СЕВЕРИНОВА. Определящата поведението среда като средство за управление. *Образование и технологии*, том 7 (2016), 8–15.

Борислав Лазаров

e-mail: lazarov@math.bas.bg

Албена Василева

e-mail: albena@math.bas.bg

Институт по математика и информатика

Българска академия на науките

ул. „Акад. Георги Бончев“ бл. 8

1113 София, България

**AGE FACTOR INDEX OF THE 5<sup>th</sup>&6<sup>th</sup> GRADE COMPETITION  
PAPER OF THE CHERNORIZEC HRABAR MATH TOURNAMENT**

**Borislav Lazarov, Albena Vassileva**

The age-factor-index is applied to analyze the knowledge-skills-attitude level of advanced students in mathematics. The students' performance on some particular test items gives the authors reason to draw some general conclusions about the students' cognitive development in early secondary school age.

**Key words:** multiple-choice competitions, age factor index, Chernorizec Hrabar math tournament