

MATEMATIKA И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2018
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2018
*Proceedings of the Forty-seventh Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovets, April 2–6, 2018*

**ОЩЕ НЕЩО ЗА ИНТЕРАКТИВНАТА МАТЕМАТИКА
В ПРОГИМНАЗИАЛЕН ЕТАП***

Веселина Иванова, Тодор Янков

Докладът представя акценти от образователния курс *Математика и технологии* (МиТ), своеобразен опит за интерактивни математически пътешествия на шестокласници и седмокласници. Учениците заедно с учителите си по информационни технологии и математика са в ролята на изследователи, работят с реални данни и създават различен тип симулации чрез игри, използване на различни техники на учене и инструменти за съчетаване на вертикално и хоризонтално мислене, компютърно моделиране. В курса МиТ се решават задачи със свободен отговор, като се създават нагласи за осмисляне на информация и оценяване на верността на твърдения, решават се образователни кръстословици с включени основни понятия и твърдения от учебните програми по математика и информационни технологии, чрез насочване на вниманието, тренировка и обобщение, чрез представяне на информация в табличен вид; графично визуализиране; интерпретация на информация в табличен и графичен вид; композиране на формули чрез операторите и използване на вградените функции като формулен инструментариум.

Постигането на разбиране от учениците и разширяването на способността им за възприемане е може би най-сериозното предизвикателство за всеки учител. То е и нелеко пътуване към постигането на целите на обучението. Нашият „маршрут“ може да се определи като опит за проекция в локална учебна среда на ясните послания на Ханс Фройдентал, че „математическите концепции, структури и идеи са създадени, за да изследват и структурират явленията от физическия, социалния и интелектуалния свят.“ [1].

Съпричастието на учениците, развиването на умения за широко и многостранно възприемане на различни учебни ситуации, въвличането им в избора на различни стратегии за постигане на решения са необходима част от условията за успешно преодоляване на препятствията по пътя. Изборът и прилагането на подходящи методи, техники, прийоми за насочване на вниманието и допълване на възприемането, запознаването с различни „инструменти за мислене“ [2] са друга съществена част, която осигурява различни отправни точки на мисленето и увеличава вероятността за постигане на нови и оригинални решения.

Затова в образователния курс (школа) *Математика и технологии* (МиТ) за ученици от прогимназиален етап се стремим учениците да придобиват такава сте-

* **Ключови думи:** екип, екипна дейност, оценка, механизъм на оценяване, технологии за оценяване, текущо оценяване.

пен на математическа грамотност, която могат да използват активно. Опитваме се да усетим доколко учениците са възприели и разбрали новопридобитото знание; доколко могат наистина да боравят с методите, условията и правилата, които току-що са научили; доколко умело прилагат наученото по отношение на задачи, които са им все още непознати.

От такава позиция ние нямаме крепяща необходимост от ново учебно съдържание по математика, а по-скоро от нов подход за представяне на старото съдържание. Опирайки се на конкретното учебно съдържание, можем да развиваме способността на учениците да се ангажират с активно, самостоятелно учене; да развиват умения от друг вид, различен от простото отмятане на обособени елементи знание – развиване на способност за отсяване на информация (откриване, подбиране, извличане, анализиране и синтезиране); за правене на преценки, за вземане на решения в защитена учебна среда; за постигане на увереност в собствените възможности за справяне с математиката, за прилагане на математическите знания към математически и нематематически задачи; т.е. способност за използване на математиката като форма на изразяване и комуникация.

Ако искаме учениците да развият жива връзка с математиката, те не трябва да възприемат обучението по този учебен предмет като попадане в един изкуствен свят, нямащ нищо общо с техния личен живот и чувства. Те трябва да се научат да структурират, да обработват и да представят своите собствени идеи.

Затова в MIT учениците изследват, експериментират, наблюдават, откриват, изказват предположения, обясняват и се учат да се аргументират; попадат в ситуации и създават ситуации, решават т.нар. „задачи с отворен край“ [1].

Затова представяме на учениците специално подбрани, интригуващи и свързани с реалността задачи; обсъждаме ги заедно, но без подсказване на решения. Когато задачата може да се реши по различни начини или има няколко решения, дискутираме различни стратегии за избор на подход за решение; приемат се, обсъждат се и се изследват различни подходи за решаване на задачата, в това число и грешни, както и придружаващите ги грешни решения, за да се усвои и потенциала в тях.

Всяко занятие на школата MIT започва с решаване на математически образователни кръстословици с включени основни математически понятия от учебната програма по математика, както и с логически задачи и парадокси в стил „повишете силата на своя ум“ за насочване на вниманието и осмисляне на изучаваните до момента математически понятия.

Запознаването с инструментите за хоризонтално мислене – „плюс, минус, интересно“, „отчитане на всички фактори“; „следствия и резултати“ и др. [2], подпомага в значителна степен осмислянето на математическата информация при оценка на резултати от изследвания, включени в задачи по природни науки – от тип *Еволюция; Физически упражнения; Изкуствени дреhti; Хирургични операции; Поведение на различни животински видове* и др. [5]. По този начин се поставя акцент на ключови думи в аргументиране на твърдения и оценка на нагласи за разбиране и възприемане на математически знания. Това е време за припомняне в конкретна ситуация на изучавани математически и други понятия (пропорции, отношения, мащаби, графики; Декартова координатна система, различни свойства за рационално смятане, „трикове“ и др.).

Избираме предимно задачи с кратък свободен отговор или с разширен свободен отговор, както и задачи от втори модул на НВО в седми клас, защото чрез решаването им се изграждат представи и се създават модели за осмисляне на информация и оценяване на верността на твърдения чрез насочване на вниманието, тренировка и обобщение.

Това е главното ни основание преобладаващата част от разглежданите задачи да трансформираме в задачи с „отворен край“.

Прилагането на ИКТ има допълваща, но изключително важна роля за стимулиране интереса на учениците в процеса на обучение по всички предмети. При връзката между ИКТ и математика ние имаме възможността да представим задължителния минимум от теорията чрез триизмерна и/или двуизмерна визуализация:



Фиг. 1. Интерактивно приложение за смарт устройства под ОС Андроид

Визуализациите ни позволяват да експериментираме с учениците в следните специфични насоки:

- представяне на информация в табличен вид;
- графично визуализиране;
- интерпретация на информация в табличен и графичен вид;
- композиране на формули чрез операторите;
- използване на вградените функции като формулен инструментариум.

Опасенията, че ползването на ИКТ в обучението по математика води до автоматизирано решаване на задачите и „спиране“ на мисленето не са основателни. В практиката ни не се използват специализирани пакети като Mathematica, Maple или MathCAD, а се изисква композиране на формулите в средата на електронната таблица. Тук е важно да се отбележи и задължителното прилагане на *логическите оператори*, от което следва и усвояване на *разклонените алгоритми* (фиг. 2).

Успешната интеграция между математика и ИКТ прави часа значително по-интересен и разбираем за учениците, докато неусетно ги подготвя за НВО по математика в 7. клас и по Дигитални компетентности в 10. клас.

Образователният курс МиТ е по същество „полезна математика в действие“ – виртуално пътуване от град до град (маршрут на географска карта и използване на мащаб; самолетен билет с „час на излитане“ и „час на кацане“ и пресмятане колко



Фиг. 2. МиТ е реализирана в средата на Google Classroom

време трае съответният полет; изгодна обмяна на валута и др.; подготовка за строеж на мечтаната къща – разглеждане на интересни къщи, пресмятане на лица на фигури, елементи на проекта – развивки на геометрични тела, осмисляне на разликата между двумерни и триизмерни геометрични обекти; доразвиване на компютърните умения чрез конкретни и значими за бъдещата реализация на учениците.



Фиг. 3. Интерактивно приложение, обхващащо раздел Ръбести и валчести тела за 6. клас

В дейността си учениците не са обикновени потребители, а решават поставените задачи чрез използване на инструментариума на програмите за електронни таблици и създаване на триизмерни обекти:

- в средата на електронните таблици не се поощрява използването на предоставените функции, а се стимулира самостоятелното композиране на формулния инструментариум според поставената задача;
- моделиране и текстуриране на триизмерни обекти, илюстриращи условието на задачата и възможните варианти на тълкуване;
- изготвяне на презентация, съдържаща таблично и графично представяне на стъпките на решение.

По този начин учениците решават поставения математически проблем посредством активното използване на уменията си от сферата на информационните технологии.



Фиг. 4. Момент от моделирането на обект от Minecraft

МиТ е и своеобразен опит за *обединяване на усилията на учители по математика и ИТ* в локална образователна среда за преработка на информация, като се осигури възможност на учениците да се забавляват с телефоните, компютрите и по-свободното общуване с учителите при решаване на ключови задачи по математика и чрез инструментариума на ИТ.



Фиг. 5. Материалите в МиТ са реализирани при платформена независимост и универсална скалируемост

В МиТ се опитваме да опровергаем внушението, че математиката се възприема от много ученици като „модел на неяснота и безсмисленост“ [1] и да докажем, че действителността трябва да бъде отправната точка на преподаването и изучаването на математиката, а не „поднесената наготово“ математика, че целта на насочването на вниманието към явленията е да се създадат устойчиви мисловни модели за мате-

матическите условия. Чрез провокиране на интереса на учениците при използването на традиционните понятия самостоятелна работа, комуникация и екипност между учители и ученици, учене в контекст (*разказване на истории*), в школата поставяме акцент не само на резултатите, но и на необходимите стратегии за вземане на решения.

Опитваме се простото решаване на задачи да допълним с интерес към контекста при вникването в текущата задача, а решаването на една задача да премине през следните силно интерактивни фази:

- Ориентация;
- Разбиране на задачата;
- Креативна фаза на обработка;
- Намиране на липсващи данни, ако има необходимост;
- Разглеждане на сродни задачи;
- Избор на стратегия и план за решаване на задачата;
- Решаване на задачата [2].

Приложения. Съществена роля в школата имат и трансформиранията задачи тип „приказка“:

Една жадна врана намерила кутия с вода. Водата заемала само една трета от обема на кутията, а птицата достигала с човката си само една трета от дълбочината. Враната започнала да пуска камъчета в кутията, за да повдигне нивото на водата. Кутията има форма на правилна четириъгълна призма с основен ръб 6 см и височина 18 см. Всички камъчета са с форма на кълбо с радиус 1 см и се подреждат плътно едно до друго и точно едно над друго. Успяла ли е враната да достигне водата? [4].

Своето място имат и историите за домашни любимци:

„В басейн с форма на правоъгълен паралелепипед с дължина 50 м и ширина 10 м е налята 50 000 л вода. Може ли в този басейн да плува домашният ви любимец? [4].

Други примери откриваме в задачи, създадени по медийна информация, преживяване, реална житейска ситуация, геометрична конфигурация, числови данни, задачи по природни науки с кратък и с разширен свободен отговор [5].

Тъй като последователността на постъпване на информацията определя начина, по който от нея се изгражда една идея, винаги е възможно тя да бъде реструктурирана и сглобена по нов начин, с един по-широкообхватен поглед върху действителността, с т.нар. „метод на очилата“, който разширява възприятието. Представителна за прилагането му е следната задача:

В елиминационен индивидуален тенис турнир има 115 участници. След колко най-малко мачове ще има победител? [2].

„Превключването“ се изразява в различното тълкуване – вместо да се изчислява постепенното стигане до победителя, се съобразява, че всички губещи са 114 и всеки може да загуби само по един мач.

Широкото и многостранно възприятие на конкретната ситуация осигурява различни отправни точки на мисленето и увеличава вероятността за постигане на ново и оригинално решение.

Сигурно и затова МиТ ни дава увереността, че децата възприемат света не само защото светът е прекрасен, а човешкият ум – любопитен. Те искат да го разбират, за да могат да го променят към по-добро.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] П. БАПТИСТ. Кратко въведение към философията на проекта SINUS за преподаватели по математика. Регалия 6, 2012.
- [2] Е. БОНО. Практическото мислене. Кибера, 1999.
- [3] И. ГАНЧЕВ. За математическите задачи. Народна просвета, 1976.
- [4] Д. ГЪЛГЪБОВА и др. Математиката за 7. клас по формата PISA, Веди, 2012.
- [5] С. МАНЕВ и др. Задачи и упражнения за 5.–8. клас по природните науки. Просвета, 2012.

Веселина Иванова
e-mail: vesy_ivanova@abv.bg
Тодор Янков
e-mail: todor.yankov@exupery.org
Частно училище „Малкият принц“
ул. „Васил Друмев“ 73
9002 Варна, България

YET SOME OTHER POSSIBILITIES IN FRONT OF INTERACTIVE MATHEMATICS

Veselina Ivanova, Todor Yankov

The report presents various aspects of the “Mathematics and Technologies” (MaT) educational course, which is an attempt for interactive mathematical journeys of the 6- and 7-graders. The students together with their IT and Math teachers play the role of researchers; they work with real data and create various types of simulations by means of games, by using different studying techniques and instruments for combining vertical and horizontal thinking and computer modelling. In the MaT course there are various mathematical open ended problems; in addition we teach different ways for understanding information, and evaluating and verifying statements; we solve educational crosswords with basic terms included in them as well as statements from the Maths and IT educational programmes by teaching the students to pay attention, by training and summarising, by presenting information in charts, graphical visualisation, interpretation of information in charts and graphs, making formulas by operators and using the incorporated functions as formula instruments.