

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2018
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2018
*Proceedings of the Forty-seventh Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovets, April 2–6, 2018*

**УРОК ПО СТАТИСТИКА ЧРЕЗ ИЗПОЛЗВАНЕТО
НА ИКТ***

Аделина Чопанова, Валентина Малинова

Настоящата работа има за цел да покаже ефективността от използването на модерните SaaS (Software as a Service) технологии в съвременното училище и в частност в обучението по математика. Описват се възможностите на облаковите¹ технологии като подходи за съвременно обучение, които позволяват развитието на математически, дигитални, комуникативни, социални и компютърни умения едновременно. Изследвани са индивидуалната работа и работата в екип при две различни целеви групи в обучението по темата „Комбинаторика“. Направен е анализ на получените резултати.

1. Въведение. Измеренията на грамотността през 21. век са различни, сравнени с тези от времето на Възраждането. Едно от предизвикателствата на бързо променящата се действителност е необходимостта човек да е в крак с изискванията на времето.

На 18.12.2006 г. Европейският парламент и Съветът на Европейския съюз приеха документ, известен като „Референтна рамка за ключовите компетентности“, въз основа на който Министерството на образованието и науката в България [1] посочва следните ключови компетентности, които трябва да се формират в процеса на обучение:

1. Комуникативни умения за общуване на роден език;
2. Комуникативни умения за общуване на чужд език;
3. Математическа компетентност и основни компетентности в природните науки;
4. Дигитални компетентности (Информационни и комуникационни технологии);
5. Умения за самостоятелно учене и събиране на информация;
6. Обществена и гражданска компетентност;
7. Инициативност и предприемачество;
8. Културна осъзнатост и творчество.

* **Ключови думи:** облакови технологии, обучение, комбинаторика, работа в екип, индивидуална работа.

¹В оригиналния текст авторите използват термина *облачни*. Макар, че този превод на „cloud technologies“ се среща все по-често, той е неправилен, понеже „облачни“ означава „покрити с облаци“. Подходящ превод е „облакови“ или „от тип облак“. (бел. ред.)

В свят, в който всеки има неограничен достъп до информация, се променя същността на това, което разбираме под определението грамотен. Вече не е важно наизустяването и дословното възпроизвеждане на факти, събития, формули, а формулиране на важни и значими за обществото компетенции, които са необходими на младите хора, за да могат успешно да се адаптират към глобалните цивилизационни промени. За съвременния човек е важно да може да намери необходимата информация, да я обработи, да сравни различните източници; да общува и да работи съвместно по проект с връстник на другия край на света. Това вече не е допълнително умение, което може да бъде развито в часовете по информационни технологии, а неразделна част от начина, по който се очаква учениците да работят.

2. Преглед на приложението на облачните технологии. България е една от малкото страни в Европа, в която се учи *Дискретна математика* в средното училище. През 2000 г. у нас се въвежда учебен план, в който учебните предмети *Информатика* и *Информационни технологии* (ИТ) са определени за задължителни за изучаване в гимназията. Обучението се провежда на две равнища. Първото е задължително за всички ученици, а второто е за ученици, избрали профилирана подготовка по информатика. В разработените от образователното министерство държавни образователни изисквания (стандарт) за учебно съдържание и учебни програми за второ равнище по *Информатика* в 10. клас се предвижда обучение и по модула *Дискретна математика* [2]. Съгласно учебната програма в този модул се изучават 7 теми със следното учебно съдържание: *Множества; Релации; Функции; Бройни системи; Комбинаторика; Графи; Формални езици*. В темата *Комбинаторика* ученикът трябва да се запознае с принципите на изброителната комбинаторика и формулите за броя на основните комбинаторни конфигурации. Той трябва да се научи да прилага принципите и формулите за намиране на броя на елементите на крайно множество. Темата *Комбинаторика* се изучава и в задължителната подготовка по Математика в 10. клас, а също така има отношение и към предмета *Информационни технологии*, модул *Електронни таблици*.

В настоящата разработка искаме да покажем един интегриран подход за преподаване на тази тема, използвайки възможностите на съвременните информационни технологии. Ще покажем как с помощта на облачните услуги може да се създаде нов модел на преподаване и обучение в интерактивна и ангажираща учебна среда.

Какво представляват облачните услуги?

Това е термин, използващ се за различни технологии, но най-често за облакови изчисления (cloud computing) или облакови хранилища на данни (cloud storage). Той изразява начините за предоставяне на компютърни ресурси, вариращи от даване на хардуерна инфраструктура под наем, до даване на достъп до скъпи софтуерни приложения през интернет, при което потребителите плащат относително ниски месечни такси за ползване.

На практика целият дигитален свят – от децата, играещи онлайн игри на телефоните си, до хилядите ИТ специалисти, създаващи сложен софтуер, е свързан с *Облака*. А някои от най-големите имена в днешния компютърнозависим свят, включително Google, Microsoft, Facebook, Amazon и др., разчитат почти изцяло на облачните системи за поддържане и развитие на своя бизнес.

В настоящата разработка ние ще използваме една малка част от облачните услуги на Google [3], а именно:

- ✓ **Gmail** (леснодостъпна комуникация между участниците в образователния процес);
- ✓ **Google Drive** (съхранение и споделяне на информация). Позволява на потребителя да съхранява своите файлове в облачното хранилище. Това е голямо преимущество за ползвателя и му позволява по-голяма гъвкавост и мобилност при работата със собствената информация;
- ✓ **Google Classroom** (Google класна стая);
- ✓ **Google Sheets** (електронни таблици). Те правят данните ви въздействащи чрез цветни диаграми и графики. Вградените формули, осеви таблици и опции за условно форматиране спестяват време и опростяват честите задачи в електронните таблици. Осъществявайте достъп, създавайте и редактирайте електронните си таблици, където и да сте – от телефона, от таблета или от компютъра си. Всички участници могат да работят заедно в една таблица по едно и също време от различни устройства;
- ✓ **Google Forms** (формуляри). С тяхна помощ може да създавате тестове, съдържащи разнообразни въпроси, да добавяте изображения. Отговорите на тестовете ви автоматично и подредено се събират във формуляри (Forms) с информация за тях в реално време и с диаграми.

Всички посочени услуги на Google са напълно безплатни. Единственото условие за използване на облачните услуги е създаването на профил в Google [4], който отваря огромен портал от приложения, необходими за удовлетворяване на нуждите на новите обучаеми.

3. Постановка на задачата. За получаване на обективна информация за полезността на изготвения модел за обучение върху темата *Комбинаторика* и създадения с помощта на информационни технологии методически инструментариум, е организиран и проведен педагогически експеримент, насочен към проверка на хипотезата, че предложените методически средства за приложение на информационни технологии в българското училище осигуряват качествена реализация на целите на обучението и прехода към бъдещата професионална реализация на учениците.

Обучението бе организирано в два варианта – вариант А (традиционен) и вариант Б – (експериментален).

При вариант А се използва традиционното обучение, което не се отличава от масовата практика. Учениците от контролната група се обучаваха по темите от учебното съдържание, определено от държавните образователни изисквания (ДОИ). Използваният подход за обучение е обяснително-илюстративен. Методите на преподаване беседа, лекция и обяснение.

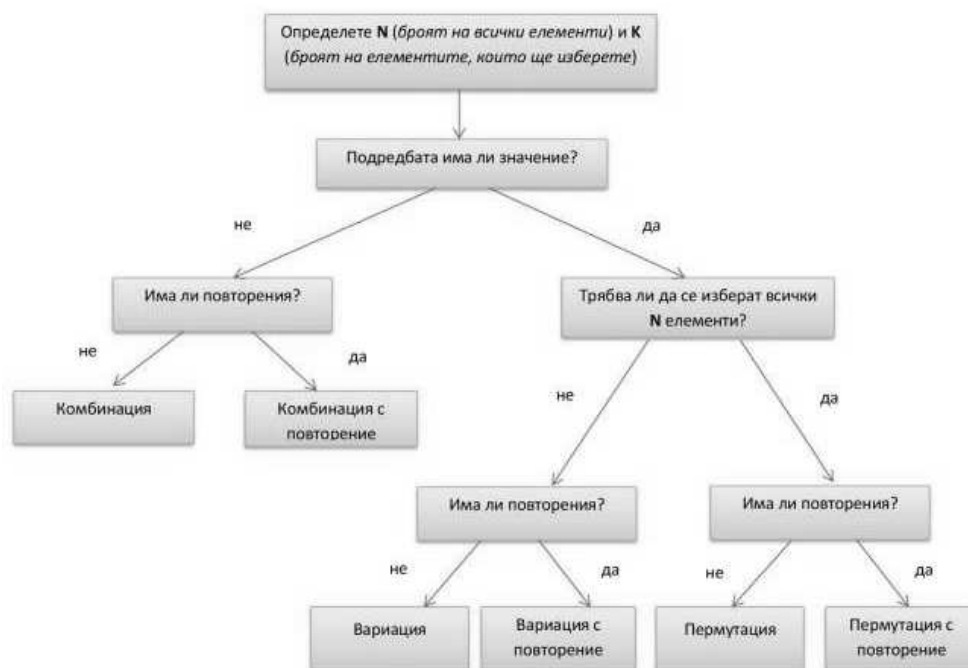
При вариант Б се приложи предложеният методически инструментариум. Учениците от експерименталната група изучаваха същото учебно съдържание и използваха разработените софтуерни средства.

Използваните методи при обучението са: евристична беседа, самостоятелна работа, групова и екипна работа. Проверката и оценката на знанията се извърши с помощта на тест, включващ практически задачи. Педагогическото изследване се проведе в рамките на два учебни часа с ученици от 10^В клас (26 ученици) на ПМГ

„К. Величков“, град Пазарджик, изучаващи предмета *Информационни технологии* като профилиращ през учебната 2016/2017 г.

При учениците от група Б урокът протече по следния начин:

В Google Classroom е добавен файлът **Комбинаторика – обобщение.xlsx**, съдържащ следната диаграма (фиг. 1).



Фиг. 1. Схема, онагледяваща алгоритъма за определяне вида на съединението

В Google Drive са качени изображения, съдържащи формулите, необходими за урока.

$$P_n(k_1, k_2, \dots, k_r) = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_r!} \quad V_n^K = \frac{n!}{(n-k)!} \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\overline{V}_n^k = n^k \quad \overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!} \quad P_n = n!$$

4. Експеримент. На учениците се поставя задачата да вмъкнат изображенията в дадения файл и използвайки изученото в часовете по математика и техниката drag and drop („влачи и пусни“) да поставят всяка формула на мястото ѝ. Поставя се въпросът „Дали бихме могли, използвайки знанията си по информационни технологии, да създадем таблица, в която по зададени N и K да решаваме лесно и бързо задачите от урока?“. Трябва да обърнем внимание на факта, че тези статистически функции не се изучават в часовете по ИТ.

Учениците веднага съобразиха, че за пресмятане на вариация с повторение е достатъчно да запишат формулата n^k , но за останалите е необходимо да използват функциите на Excel. Учениците сами се разделиха на подгрупи и всяка една подгрупа намери и записа съответната функция в таблицата. Групата, отговаряща за вариациите с и без повторение, намери в интернет функцията PERMUTATIONA(N;K), опита се да я приложи, но едва след неуспешния опит обърна внимание на факта, че тя се отнася само за версии след Excel 2013 и го описа в допълнителна колона на таблицата. Решението на задачата от учениците е дадено в следващата таблица 1.

Таблица 1. Таблица с предложените решения на задачата

	Н	И	Ј	К	Л	М
1						
2						
3		N=	5			
4		K=	2			
5						
6						
7		Пермутация	FACT(N)	120	=FACT(J3)	
8		Пермутация с повторение	PERMUT(N;K)	20	=PERMUT(J3;J4)	
9						
10		Комбинация	COMBIN(N;K)	10	=COMBIN(J3;J4)	
11		Комбинация с повторение	COMBINA(N;K)	15	=COMBINA(J3;J4)	
12						
13		Вариация		20	=FACT(J3)/FACT(J3-J4)	
14		Вариация с повторение	PERMUTATIONA(N;K)	25	=J3^J4	Excel 2016 Excel 2013 Excel 2016 for Mac Excel for Mac 2011 Excel Online Excel за iPad Excel за iPhone Excel за таблет с Android Excel Mobile Excel за телефони с Android

След приключване на работата по таблица 2 на обучаемите бяха зададени задачи, с които тестваха верността на зададените формули и функции.

ЗАДАЧИ

Използвайки знанията си по комбинаторика и познатите ви вече формули и функции в Excel, определете вида на съединението и извършете необходимите пресмятания.

- Съставянето на четирицифрено число от цифрите 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9 представлява:
а) C_7^4 б) P_4 в) V_7^4 г) $\tilde{V}_7^4$
- Съставянето на изпитен билет, съдържащ 2 задачи и 3 въпроса от 30 задачи и 52 въпроса представлява:
а) $C_{30}^2 + C_{52}^3$ б) $V_{30}^2 + V_{52}^3$ в) $C_{30}^2 \cdot C_{52}^3$ г) $V_{30}^2 \cdot V_{52}^3$

Решавайки двете задачи, учениците сами видяха какви грешки са допуснали. Преди да преминем към същинското изпитване отново обсъдихме грешките.

В Google Classroom бе споделен тест, създаден с помощта на Google forms. Тестът съдържа 12 задачи, чиято цел бе да провери доколко учениците са усвоили материала по комбинаторика в най-общ смисъл – в каква степен успяват да анализират текста на поставената задача и да определят вида на съединението, което отгова-

Таблица 2. Таблица с описание на използваните функции

Функция	Параметри	Описание	Примери	Резултат
FACT (число)	"число" Задължителен аргумент. Неотрицателното число, чиито факториел търсите. Ако числото не е цяло, дробната му част се отрязва.	Връща факториела на число.	=FACT(5) =FACT(1,9)	120 1
PERMUT(число; число_избрано)	"число" Задължителен аргумент. Цяло число, което задава броя на обектите. "число_избрано" Задължителен аргумент. Цяло число, което задава броя на обектите във всяка пермутация.	Връща броя на пермутациите за даден брой обекти, които могат да бъдат избрани измежду число обекта.	=PERMUT(3;2)	6
COMBIN(число; число_избрано)	"число" Задължителен аргумент. Броят на елементите. "число_избрано" Задължителен аргумент. Броят на елементите във всяка комбинация.	Връща броя на комбинациите за зададен брой елементи.	=COMBIN(8;2)	28
COMBINA(число; число_избрано)	„число“ Задължителен аргумент. Трябва да е по-голямо или равно на 0 и по-голямо или равно на "число_избрано". Нецелочислените стойности се отрязват. „число_избрано“ Задължителен аргумент. Трябва да е по-голямо или равно на 0. Нецелочислените стойности се отрязват.	Връща броя на комбинациите (с повторения) за зададен брой елементи.	=COMBINA(4;3)	20
PERMUTATIONA (число; число_избрано)	"число" Задължителен аргумент. Цяло число, което задава общия брой на обектите. "число_избрано" Задължителен аргумент. Цяло число, което задава броя на обектите във всяка пермутация.	Връща броя на пермутациите за даден брой обекти (с повторения), които могат да бъдат избрани измежду число обекта.	=PERMUTATIONA(3;2)	9

ря на нея, а за самото изчисление трябваше да намерят подходящата функция или формула.

Предимството на този тип изпитвания е, че ученикът веднага след приключване на теста научава своята оценка, а учителят получава цялостна информация за оценките на всеки един ученик, за правилно и грешно решените задачи и всичко това онагледено освен в таблици и с красиви диаграми. Ето и самият тест.

ТЕСТ

1. Намерете броя на мобилните телефонни номера от вида $0888****ab$, където $\overline{ab}$ е точен квадрат, а числото $\overline{ba}$ е просто.
2. Намерете броя на различните телефонни номера от вида $98****$.
3. Намерете броя на лотарийните билети, чиито номера са петцифрени, ако се знае, че са пуснати в три серии А, Б и В.
4. Намерете броя на различните номера на мобилни телефони от вида $08867*****$, последната цифра на които е просто число.
5. Дадени са две успоредни прави a и b . Върху a са взети 10 точки, а върху b – 7 точки. Намерете броя на триъгълниците с върхове тези точки.
6. В партида има 237 изделия от първо качество и 53 от второ. По колко начина могат случайно да се изберат 5 детайла, от които:
 - а) 3 са от първо и 2 от второ качество.
 - б) Да няма детайл от второ качество.
 - в) Поне 3 да са от първо качество.
7. В равнината са дадени m прави, p от които са успоредни, а други q минават през една точка. Намерете в колко точки се пресичат тези прави при $m = 43$, $p = 17$ и $q = 4$?
8. Дадени са m различни точки, n от които лежат на една окръжност. Намерете броя на окръжностите, които могат да се построят през тези точки при $m = 43$ и $n = 27$?
9. Пет книги са номерирани (от 1 до 5). По колко начина могат да се подредят, така че книгите с четни номера да НЕ са една до друга?
10. Иван има в домашната си библиотека 13 книги фантастика, 9 – биографични, 5 – за история на изкуството и 43 – художествена литература. По колко начина могат да бъдат подредени тези книги в редица, така че книгите от един и същи вид да са една до друга?
11. Учениците от X^B клас са 26. От тях трябва да се избере 5-членен отбор, който да участва в състезание. По колко начина може да стане това, ако Иван и Петър са скарани и не искат да участват заедно в отбора?
12. Учениците от X^B клас са 14 момчета и 12 момичета. Трябва да се избере отбор от 2 момчета и 2 момичета за състезание по бягане, като първият пробягва 100 м, вторият – 200 м, третият – 300 м и четвъртият – 400 м. По колко начина може да стане това?

5. Анализ на резултатите. Какво показаха резултатите?

По време на решаването на теста всички бяха изключително съсредоточени и концентрирани. Вниманието им беше изцяло ангажирано в това да се справят със задачите, използвайки наученото от математическа гледна точка и разработените

в часа софтуерни средства. След приключване на теста учениците веднага научиха своята оценка. Благодарение на възможностите на използвания софтуер още в края на часа учителите имаха възможност да направят подробен анализ на резултатите от теста.

Таблица 3. Отговори на задачите от теста

№ на задача	1	2	3	4	5
Верен отговор	10 000	100 000	299 997	40 000	525
№ на задача	6			7	8
	а)	б)	в)		
Верен отговор	3 018 743 260	5 971 985 487	15 782 901 082	762	9 417
№ на задача	9	10	11	12	
Верен отговор	72	много голямо число 3.93E+71	63 756	144 144	

В заключителната част на урока ние обсъдихме начина, по който протече, като отново се спряхме на целесъобразността да се използва бинарният подход. Всички бяха удовлетворени от това, че можахме да използвам модерните технологии при решаване на „класически“ (както те ги нарекоха) задачи и изявиха желание да приложим този подход и в следващи часове.

Заклучение. Използването на информационните технологии и в частност облачните технологии е едно много подходящо средство за разнообразяване на поднасянето на учебното съдържание по математика. Тяхната полза е значителна за реализиране на принципите за нагледност, достъпност, съзнателност и активност в обучението. Те допринасят за провокиране на мисловната дейност, за развитие на творческия потенциал на учениците, за формиране на умения за самостоятелно събиране, анализиране и обобщаване на информация. Работата в екип е изключително полезна в часовете по ИТ и по математика. С този урок доказахме още веднъж, че ако над една задача работят двама или повече ученици, ефектът от запомняне е по-голям, а с използване на интерактивни методи и новите технологии той се мултиплицира.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ключови компетентности, Европейска референтна рамка, МОМН, Дирекция „Политика в общото образование“, София, 2007
- [2] В. РАДЕВ. Приложение на информационни технологии в обучението по дискретна математика в училище. Автореферат на дисертация за присъждане на образователната и научна степен „доктор“ по научна специалност, 2015, Пловдив.
- [3] https://www.google.com/intl/bg_bg/sheets/about/
- [4] <https://accounts.google.com/SignUp?hl=bg>
- [5] <https://support.office.com/bg-bg/article/ФАКТ-функция-ca8588c2-15f2-41c0-8e8c-c11bd471a4f3>
- [6] <https://support.office.com/bg-bg/article/PERMUT-функция-3bd1cb9a-2880-41ab-a197-f246a7a602d3>

- [7] <https://support.office.com/bg-bg/article/COMBIN-функция-12a3f276-0a21-423a-8de6-06990aaf638a>
- [8] <https://support.office.com/bg-bg/article/COMBINA-функция-efb49eaa-4f4c-4cd2-8179-0ddfcf9d035d>
- [9] <https://support.office.com/bg-bg/article/PERMUTATIONA-функция-6c7d7fdc-d657-44e6-aa19-2857b25cae4e>

Аделина Чопанова

e-mail: adelina_chopanova@abv.bg

Валентина Малинова

e-mail: valia.malinova.pz@gmail.com

ПМГ „Константин Величков“

ул. „Сан Стефано“ № 1

4400 Пазарджик, България

LESSON IN STATISTICS BASED ON INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES (ICT)

Adelina Chopanova, Valentina Malinova

The following article aims at studying the efficiency of modern Saas technologies, which can help the education process to develop itself to a stage at which studying/teaching can be transferred from the conventional methods onto the Cloud. Furthermore, the authors present the opportunities of cloud computing as new approaches of the advanced education. The above mentioned innovations allow mathematical, digital, communicative, social and computer skills to grow simultaneously. The authors also examine and both individual and team work of two different target groups in teaching Combinatorics.

Key words: cloud computing, education, combinatorics, team work, individual work.