

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2025
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2025
Proceedings of the Fifty-Fourth Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
Varna, March 31 – April 4, 2025

**AN OVERVIEW AND ANALYSIS OF LITERATURE ON
MECHANICAL METHODS FOR PROBLEM CREATION**

Slavi Kadiev

Faculty of Mathematics and Informatics,
Sofia University “St. Kliment Ohridski”, Sofia, Bulgaria
e-mail: skadiev@fmi.uni-sofia.bg

An overview and analysis of literature on mechanical methods for problem creation have been conducted. The tools used in these methods for problem creation are mechanical procedures. The presence of schemes or algorithms supporting the development of technologies for problem creation is also discussed.

Keywords: problem posing, mechanical methods for problem creation

**ОБЗОР И АНАЛИЗ НА ЛИТЕРАТУРНИ ИЗТОЧНИЦИ
ОТНОСНО МЕХАНИЧНИ МЕТОДИ ЗА СЪЗДАВАНЕ НА
ЗАДАЧИ**

Слави Кадиев

Факултет по математика и информатика,
Софийски университет „Св. Климент Охридски“, София, България
e-mail: skadiev@fmi.uni-sofia.bg

Направени са обзор и анализ на литературни източници относно механични методи за създаване на задачи. Използваните средства за създаване на задачи при тези методи са механични процедури. Коментиран е и въпросът за наличието на схеми или алгоритми, които подпомагат изграждането на технологии за създаване на задачи.

Ключови думи: създаване на задачи, механични методи за създаване на задачи

<https://doi.org/10.55630/mem.2025.54.125-142>

2020 Mathematics Subject Classification: 97B50, 97C70, 97D40.

1 База за анализ на литературни източници относно методи за създаване на задачи

Целта на литературния обзор е да се направи обширен, задълбочен и критичен преглед на литературни източници относно разгледаните в статията методи за създаване на задачи. От тази гледна точка прегледът е тематичен. Анализът на проучените литературни източници относно методи за създаване на задачи е направен върху следните показатели:

- описание на *метод за създаване на задачи*;
- описание на *средство за създаване на задачи*;
- разграничаване на средство от метод за създаване на задачи;
- използвана терминология за даден метод;
- използвано описание за същността на даден метод;
- посочване на източник на новата задача;
- наличие на конкретизации за даден метод;
- наличие на разновидности на даден метод;
- наличие на схеми или алгоритми, подпомагащи технологизирането на дейността създаване на задачи.

От тази гледна точка направеният обзор е както теоретичен, така и систематичен, защото на базата на използваните средства е направено систематизиране на тези методи, което е предпоставка за изграждане на класификация на всички проучени методи, а наличието на схеми или алгоритми е предпоставка за реализиране на дидактически технологии за съставяне на дидактически системи от задачи.

2 Методи и средства за създаване на задачи

Думата *метод* има гръцки произход (*μέθοδος*) и означава изследване. В [23] същността ѝ е представена така: *най-общ начин, подход за изследване на природата или обществения живот, на художественото творчество или друга дейност; конкретен начин или сбор от конкретни начини, принципи или средства, които се прилагат при някаква дейност; начин на постъпване, на действие за постигане на някаква цел*. В [54] думата е описана по следния начин: *подход за теоретически изследвания или за практическо осъществяване на нещо*. В статията думата *метод* се използва със съдържанието *начин за практическо осъществяване на дадена дейност за постигането на определена цел*.

Три от значенията на думата *средство* са: *приспособление, оръдие, предмет, инструмент, необходим/о за осъществяване на някаква дейност* [24], [54]; *начин на действие за постигане на нещо* [24]; *похват, начин на действие, чрез който се постига някаква цел, като се използва всичко необходимо* [54]. В статията думата *средство* се използва със съдържанието *инструмент за практическо осъществяване на дадена дейност за постигането на определена цел*.

В този контекст при употребата на словосъчетанията *метод за създаване на задачи* и *средство за създаване на задачи* се разбира следното.

1. Целта е да се създадат задачи.

2. Целта се постига чрез творческата дейност *създаване на задачи* с използване на адекватен инструментариум.
3. Дава се отговор на въпроса *Как на практика се реализира тази дейност?*

В литературата съществуват различни методи за създаване на задачи, но в настоящата статия са разгледани само тези от тях, при които използваните средства за създаване на задачи са механични процедури. Последното определя и тяхното общо наименование – *механични методи*. В следващата точка 3 акцентът е поставен върху обзора и анализа на литература относно механични методи за създаване на задачи по посочените в точка 1 показатели.

3 Механични методи за създаване на задачи

Методът и една голяма част от неговите разновидности са описани от И. Шаригин [65], [66]. Терминът, който използва авторът, е *технически методи*.

Част от тези методи частично са загатнати в [22]. Авторите по-скоро ги определят като дейности (*преобразуване на задача; съставяне на задача, аналогична на дадената, но по-сложна; обобщаване на задача; конкретизация на задача; съставяне на задача, обратна на дадената*) за осъществяване на *развитие на задача*. Съгласно казаното в точка 2, част от тези методи за създаване на задачи не се отнасят към групата на механичните методи за създаване на задачи. Поради тази причина те са обекти на други изследвания.

3.1 Смяна на формулировката на задача

В литературата методът се среща под различни имена: *смяна на формулировките* [65]; *изменение на формулировката на условието* [37]; *принцип на парадигмата* [43], [61]; *препоставяне на задачата* [6], *прекодиране* [16]. Същността му се разкрива чрез неговото име. Задачата остава същата, променя се само нейната формулировка. Промяна може да се осъществи както в условието на задачата, така и в нейното заключение. Сложността на решението на различните задачи е различна. Източникът на новата задача е самата задача.

Преформулирането се оказва мощен инструмент за увеличаване на количеството информация. Според Р. Грановска [19] използването на разнообразни словесни формулировки подпомага процеса на откриване на нови връзки. Това е и един от начините за активизиране на мисленето. Според Р. Грановска [19] и Р. Трашлиев [62] преработването на информацията има различни равнища на дълбочина. Ако преформулирането се прилага само на нови, приличащи си задачи, тогава се говори за малка дълбочина на разбирането. Ако при преформулирането се получават задачи от различни области, то тогава се предполага наличие на голяма дълбочина на разбирането. Вторият от споменатите случаи намира приложение при създаването на т. нар. *практически задачи*. Тогава даденият тип задачи се разглежда не като цел на обучението, а като средство за обучение.

Разновидностите на този метод са описани по-долу. И в двата случая смяната на формулировката на задача води до контекстуално прекодиране [49] за някои от обектите на едната или на другата математическа конструкция. Креативността при използване на този метод се базира именно на откриването на такива подходящи прекодираня за елементи на конструкцията.

3.1.1 Смяна на математическия език на формулиране на задача

Първата разновидност на този механичен метод за създаване на задачи се състои в превод на задача от езика на един клон на математиката на езика на друг клон на математиката. Пример за това е задача 36 от дидактическата система от задачи, разгледана в [25]. Примерът потвърждава факта, че източникът на новата задача е самата задача, но освен това показва, че средата, в която се създава новата задача, е учебната практика.

В [34] се акцентира върху приложението на векторния метод в курса по геометрия. Същността му се състои в следното – преход от векторния език към езика на геометрията и обратно. Тук става преплитане на механичния метод, използващ познати евристики, с познавателния метод моделиране като вид абстрахиране, но като средство за създаване на задачи. Ползността на статията се състои в това, че авторите поставят въпроса за целенасочено създаване на т. нар. от тях *геометричен инвентар*, т.е. систематизиране на типовете задачи (евристики), които могат да бъдат решени с използване на моделиране с вектори. При обучението на ученици е целесъобразно този списък от евристики да бъде наличен в дълготрайната памет, за да може да бъде потенциално използваем.

По аналогичен начин може да се подходи и при моделиране с еднаквости/подобности в равнината, но сред проучените източници не се откри такъв, в който да се предлага/реализира това.

3.1.2 Смяна на опорния математически обект

Тази разновидност на метода е известна още като метод на субституциите. Същността ѝ е представена в [3], [9] и [56]. Следващото описание е от последно цитирания източник, тъй като то е най-прецизно. Като се прилага методът на субституциите, дадена задача се преобразува в нова чрез преобразуване на областта на решенията R в R' , така че на всеки елемент $x \in R$ да съответства по определено правило $y = f(x)$ даден елемент $y \in R'$. Уравнението $y = f(x)$, посредством което се преобразува R в R' , се нарича *уравнение на субституцията*. Съответствието между R и R' , определено от това уравнение, се нарича *субституция*. В [42] пише, че една от ползите на този метод е възможността за контрол на сложността на решението на получените задачи. Друга полза на метода е осъществяване на вътрешнопредметни връзки.

В [42] е дадена следната схема за създаване на задачи по метода на субституциите.

1. Избор или съставяне на изходна задача.
2. Определяне на обектите в изходната задача, които ще бъдат заменени.
3. Изброяване на известните субституции, които могат да се използват за всеки един от определените в предходната точка обекти.
4. Избор на субституции съобразно методическите цели, които сме си поставили.
5. Извършване на избраните субституции и изследване (ако се налага такова) с цел да се провери верността на някои нови създания и формулиране на нови задачи.
6. Решаване на изходната задача.

7. *Преосмисляне на решенията ѝ в следния аспект: Какво и как ще се измени във формулировката на изходната задача, ако някой обект от решението се замени с друг?*
8. *Извършване на необходимите изследвания, към които сме се насочили в предходната точка и формулиране на нови задачи.*

Методът намира приложение в алгебрата и в тригонометрията. След прилагането му математическата конструкция се запазва, но се описва чрез друга променлива. Под математическа конструкция в алгебрата се разбира общият вид на някои уравнения, неравенства или системи от такива, които се изучават в училищния курс по математика. За част от тях пише в [9] и [56]. Примери за такива задачи може да се открият в учебници и сборници по математика.

Сред този тип задачи най-разпространени са тези, в които, след прилагане на метода на субституциите, се получава квадратно уравнение. В подкрепа на това твърдение е една от системите от задачи, предложени в [17]. Системата се състои от 21 уравнения, сред които има биквадратни уравнения, дробно-рационални уравнения, уравнения от по-висока степен, ирационални уравнения, тригонометрични уравнения, показателни уравнения и логаритмични уравнения.

Приложението на метода при решаване на тригонометрични уравнения и неравенства е безспорен, но не само заради известната универсална субституция. Методът може да се използва и за създаване на тригонометрични уравнения и неравенства.

Методът на субституциите намира приложение и при решаването на задачи от функции, когато се разглежда композиция от функции. При създаване на такива задачи първата функция се запазва, а втората (тази, която е аргумент на първата) се променя.

Разглежданият метод се използва и в геометрията. В едни случаи дадена геометрична конструкция остава същата, но се търси подходящо прекодиране [49] за нейни елементи, с помощта на което конструкцията се описва по друг начин. За постигането на тази цел понякога се извършва допълнително построение. В други случаи за опростяване или усложняване на дадена геометрична конструкция се използва замяната на една фигура с друга. Примери за това се откриват в [37].

От направения анализ се вижда, че методът на субституциите е популярен, но единствено в [42] е дадена схема за създаване на задачи по този метод.

3.2 Смяна на опорната конструкция

В [65] методът се среща под името *конструкции*. В повечето случаи опорната конструкция произлиза от самата теория. Смяната ѝ може да се осъществи по различни начини.

Когато опорната конструкция е геометрична, един от тези начини е *механичен* и се състои в коопериране на математически обекти. В първия случай се кооперира една и съща конструкция. Това става чрез „долепване“ на дадената конструкция до самата нея по определен начин, като това може да се прилага многократно в някои ситуации. Пример за това се открива в [48]. В източника първо се разглеждат триъгълни пирамиди, а след това – четириъгълни пирамиди, получени чрез подходящо „долепване“ на две триъгълни пирамиди. Във втория случай се кооперират раз-

лични конструкции. Тогава се използват резултати от различни теории или решени задачи. Пример за това се открива в [65].

В резултат на споменатите механични процедури се получава нова конструкция. Това води до:

- създаване на задачи „етажерки“ (много рафтове и на всеки по една задача) или задачи „матрьошки“ (няколко задачи, които се съдържат една в друга) [65];
- усложняване на структурата на решението на задачата [12];
- контекстуално прекодиране [49] за някои елементи на новополучената конструкция.

Последното е и една от причините за различията в текстовете на задачите. Креативността при използване на този метод на създаване на задачи се базира именно на откриването на такива фигури/тела или задачи, които позволяват да се замени опорната конструкция или част от нея с друга такава.

3.3 Вариране на информацията

В [66] методът се среща под името *вариране на условията*. Съществуват три възможности:

- запазва се даденото и се променя търсеното¹;
- запазва се търсеното и се променя даденото;
- променя се и даденото, и търсеното.

Същността на първата възможност се състои в това, че даденото се запазва, а се търсят други фигури/тела (при геометрични или стереометрични задачи) или елементи на фигури/тела, които могат да бъдат намерени или разпознати на базата на дадената информация, или се търсят отношения, свързани с елементи на фигура/тяло или с други техни характеристики. Креативността в този случай се базира на откриването на такива фигури/тела. В [31] пише, че използването на тази възможност за създаване на задачи води до подробно изследване на връзките между математическите обекти, участващи в тези задачи.

Същността на втората възможност се състои в това, че търсеното се запазва, а се търсят различни елементи на фигура/тяло или различни опорни фигури/тела, които осигуряват достатъчно условие за намиране на търсеното. Когато се използва тази възможност за вариране на информацията, в [31] се препоръчва създаващият задачи да бъде внимателен. Причината за това е, че промяната на даденото може да доведе до създаване на различни *видове задачи според условието на задачата*.

Същността на третата възможност се състои в комбинирано използване на предходните две или използване на механична замяна на части от условието с такива от заключението на задача или обратно. Последното е разгледано в 3.5.2.

Според Е. Канин [29] замяната на едни данни от текста на задача с други такива има двойка роля. В глобален план това способства учениците по-добре да разбират връзката между даденото и търсеното, а оттам и да осъзнаят логическата струк-

¹При задачите за доказване и задачите за построение думата *търсеното* трябва да се замени съответно с *това, което трябва да се докаже* и *това, което трябва да се построи*. Тази бележка важи за всички случаи, в които думата е употребена в тази точка и нейните подточки.

турата на задачата. В локален план пък се решават важни методически проблеми, произтичащи от конкретното учебно съдържание.

В таблица 1 е дадена информация за литературни източници, които съдържат реализации по трите възможности за вариране на информацията.

Таблица 1

Реализации по ... възможност за вариране на информацията	Литературни източници
първата	[29]
втората	[10], [29], [42], [57], [58], [66]
третата	[15], [35], [63]

Този метод за създаване на задачи се среща и в [30], [31], [32], [33], [41], [45] и [46]. Тези автори разбират варирането на информацията в много широки граници – промяна на съдържанието на задача (дадено, търсено, метод за решаване), както и на нейния формът.

3.3.1 Промяна на числовите данни

Този метод за създаване на задачи се състои в следното. Избира се конкретна задача. След това в нейната формулировка се променя само част от числовите ѝ данни или всички такива. В алгебрата всички уравнения, неравенства и системи от такива имат общ вид. Методът намира приложение при създаване на посочените математически обекти само с промяна на стойностите на коефициентите пред съответните степени на променливата (променливите) и затова се разглежда като разновидност на метода *вариране на информацията*. В геометрията промяната става в дължините на използваните отсечки или в мерките на ъглите, а в тригонометрията се променят стойностите на тригонометричните функции. В този случай са използвани и познавателните методи *специализация* или *конкретизация*, но като средство за създаване на задачи.

В [44] авторът обръща специално внимание на т. нар. от него дейност *мащабиране* при създаване на задачи. Определя я по следния начин: *Стойностите на зададените величини се увеличават или намаляват пропорционално. В процеса на изследването мащабирането е преход от един частен случай към друг, т.е. от един конкретен обект към друг конкретен обект*. На езика на геометрията тази дейност може да се определи като подобие. В същия източник е показана и връзката на този метод за създаване на задачи с познавателния метод *обобщение*, но използван като средство за създаване на задачи.

Този метод А. Моллов [42] нарича *вариране на параметри* и го разглежда като частен случай на конкретизации на променливи. Според него варирането на параметри по същество е образуване на множество нови задачи от стара, в която последователно се дават стойности на една или няколко променливи. Това ясно показва, че източникът на новата задача е самата задача.

Изменението на числовите данни във формулировката на задача невинаги може да се осъществи на случаен принцип. За тези особености се говори явно в [31] и неявно в [40]. Предвид казаното в [36] и [37] са отпечатани 8 таблици с числови данни, които подпомагат дейността *създаване на задачи*. В [7] са поместени формули

за пресмятане на питагорови тройки числа и на херонови тройки числа, а в [60] са дадени 135 херонови тройки числа. Тези данни са полезни, защото могат да се използват наготово при създаването на задачи.

Това е най-лесният и едновременно с това е и най-тривиалният метод за създаване на задачи. Въпреки това, той не бива да се отхвърля. А. Моллов [42] пише, че методът има образователен и възпитателен ефект, ако се използва при колективна работа с учениците, поради това, че се налага да се зададат множествата на определеност на всяка променлива. Второто предимство на метода е, че промяната на числовите данни във формулировката на задача може да влияе съществено на структурата на решението на задачата [37]. Последното предимство на метода е свързано с контролната функция на задачите. Използването на тази разновидност на метода се оказва полезно, защото могат да се създадат задачи, които да са с една и съща сложност на решение.

3.3.2 Метод на параметризацията

Този метод се отнася по-скоро до дейността *решаване на задачи*, отколкото до дейността *създаване на задачи*. В. Ермаков [21] прави опит за изясняване на същността на метода, а по-късно по тази теория работят Н. Четверухин и Л. Яцкевич [64]. В България за метода пишат основно Л. Портев, К. Славов и С. Славова [53], [55].

В [38], [39], [57] и [58] се предлага друго приложение на споменатия метод, а именно – създаване на задачи. Същността му се състои в следното. Когато една геометрична фигура е определена с точност до еднаквост (подобност), то това позволява да се използват всички нейни инвариантни елементи относно еднаквостта (подобността) и затова се разглежда като разновидност на метода *вариране на информацията*. Следователно създаването на геометрични задачи се свежда до подходящ подбор на система параметри (брой и вид), с помощта на която фигурата се определя с точност до еднаквост (подобност).

Д. Милушева-Бойкина [39] разделя създаването на задачи чрез параметризация на три групи, като използва критерия *видове задачи според изискванията*. В посочените разработки липсва модел или технология, с помощта на която да се изясни в дълбочина същността на този метод за създаване на задачи.

Моделът за създаване на задачи чрез параметризация при различните видове задачи според изискванията е различен.

На базата на конкретни примери от [39] са описани три технологии от С. Кадиев. Ето първата от тях.

Ако се създават задачи, при които преследваната цел е да се използва първата възможност за вариране на информацията, то:

1. За даденото се избира подходяща система параметри, с помощта на която фигурата се определя с точност до еднаквост (подобност). При създаването на различните задачи избраните параметри не се променят.
2. За да се промени търсеното в различните случаи се избира един от останалите (не)метрични параметри на фигурата, които не участват в системата параметри, определена в 1.

Използването на различните инвариантни елементи на фигурата относно еднак-

ността (подобността) благоприятства за усвояването на необходими условия за определяне на тази фигура с точност до еднаквост (подобност).

По аналогичен начин са описани технологиите за създаване на задачи за другите два типа задачи по приетия критерий за класификация. В тези случаи са използвани останалите две възможности за вариране на информацията. Изводът, който следва оттук, е, че след като е описана същността на даден метод, може да се премине към технологичната част на процеса *създаване на задачи*.

3.4 Използване на взаимноsvързани понятия

А. Моллов [42] разглежда този метод, като доразвива идеите на П. Ердниев [20], [67] за използване на двойки взаимноsvързани понятия. Въвежда понятията *задача-модел* и *задача-прототип*. *Задача-модел* нарича изходната задача, т.е. задачата, която се използва за създаването на нова такава. *Задача-прототип* нарича тази задача, която е получена от задачата-модел чрез използване на взаимноsvързани (родствени) понятия. А. Моллов [42] разглежда 15 двойки от взаимноsvързани понятия – взаимнообратни операции, взаимноsvързани релации, вярно и невярно твърдение, конюнкция и дизюнкция, кванторите за общност и за съществуване и други. Показани са илюстриращи примери.

3.5 Използване на елементи от математическата логика

Една от първите методически книги, в които успешно е използван такъв апарат, е „Прямая и обратная теоремы“ [18], чието първо издание е от 30-те години на XX век. В нея апаратът е използван за моделиране на теореми с импликации. В България по този метод основно работи И. Ганчев [13], [14].

3.5.1 Моделиране на определение на понятие и на теорема чрез средства на съждителното смятане

Тази разновидност на метода се фокусира върху изясняване на логическата структура на даденото знание, като това става чрез създаването на модел, за изграждането на който се използват средства на съждителната логика. Моделите определят рамките на дейностите/технологиите за съставяне на последователност от svързани в дидактическо отношение задачи за формиране на необходимите умения.

Според Л. Виноградова [11] и Ю. Нинова [50] при усвояване на определението на понятие трябва да се извършват упражнения, т.е. да има задачи, които изискват извършването на определен набор от дейности. Наличието на такъв набор от дейности показва, че може да се създаде технология за съставяне на дидактически системи от задачи за усвояване на определението на едно понятие. В [50] авторът описва някои модели, svързани с технология за усвояване на понятия с конюнктивна структура на определящата част на дефиницията.

Л. Виноградова [11] описва набор от дейности за усвояване на теорема. За реализиране на тези дейности е необходимо създаването на задачи със специфични дидактически функции. Наличието на такъв набор от дейности показва, че може да се създаде технология за съставянето на дидактически системи от задачи за усвояване на теорема. Пример за такава технология е показан в [26].

Моделите, използващи средства на математическата логика, помагат да се изгради както теоретическата [1], така и дидактическата рамка на приложенията на теорията. Тези модели помагат още за изясняване на вида, значението и ограниче-

нията на математическите дейности.

3.5.2 Формулиране на обратно, противоположно и обратно-противоположно твърдение на дадено (право) твърдение

Според А. Столяр [59] обемът на понятието *обратно твърдение* е целесъобразно да се „разшири“. Авторът разглежда начините за формулиране на обратни твърдения за следните пет структури на правото твърдение $\bigwedge_{i=1}^n p_i \rightarrow q$, $\bigvee_{i=1}^n p_i \rightarrow q$, $p_1 \rightarrow (p_2 \rightarrow q)$, $p \rightarrow \bigwedge_{i=1}^n q_i$ и $p \rightarrow \bigvee_{i=1}^n q_i$. За твърдение със структура $\bigwedge_{i=1}^n p_i \rightarrow q$ А. Столяр предлага като обратни твърдения да се разглеждат всички твърдения, които могат да се получат, като се сменят местата на заключението и на всяка част от условието на теоремата. По такъв начин обратните твърдения ще бъдат толкова, колкото е броят на подмножествата на множеството $\{p_1; p_2; \dots; p_n\}$, като се изключи празното множество, т.е. $2^n - 1$. В общия случай не всички от обратните твърдения са независими, тъй като някои от тях следват от останалите. Ако например $n = 2$, обратните твърдения на твърдение със структура $p_1 \wedge p_2 \rightarrow q$ са три на брой. Те имат следните логически структури: $q \wedge p_2 \rightarrow p_1$, $p_1 \wedge q \rightarrow p_2$ и $q \rightarrow p_1 \wedge p_2$. За останалите четири структури А. Столяр предлага образуване на обратни твърдения на базата на следните еквивалентности: $\bigvee_{i=1}^n p_i \rightarrow q \Leftrightarrow \bigwedge_{i=1}^n (p_i \rightarrow q)$, $p_1 \rightarrow (p_2 \rightarrow q) \Leftrightarrow p_1 \wedge p_2 \rightarrow q$, $p \rightarrow \bigwedge_{i=1}^n q_i \Leftrightarrow \bigwedge_{i=1}^n (p \rightarrow q_i)$ и $p \rightarrow \bigvee_{i=1}^n q_i \Leftrightarrow \bigwedge_{i=1}^n \bar{q}_i \rightarrow \bar{p}$.

По темата, но без съществени обобщения, е писано в [8], [39] и [42]. Според [39] приложението на обща схема за образуване на обратни твърдения дава в известен смисъл „механично“ списъка на обратните твърдения, а напълването им със съответно съдържание става след уточняване на конкретния смисъл на съжденията в условието и в заключението на твърдението.

Важно е да се отбележи и фактът, че в училищния курс по математика се използват противоположното и обратно-противоположното твърдение на дадено (право) твърдение, макар и в редки ситуации. Примери за това може да се открият в [27] и [28].

3.5.3 Формулиране на еквивалентни задачи

В различни литературни източници понятието *еквивалентни задачи* има различно съдържание. Според Д. Пойа две задачи са еквивалентни, ако решението на коя да е от тях включва решението и на другата [51], [52]. Замяната на една задача с еквивалентна на нея в [51] и [52] се нарича *еквивалентна (обратима, възвратима, двустранна) редукция*. Еквивалентна редукция се получава и когато дадено условие се замени с друго, еквивалентно на него. Това е полезен метод, особено в случаите, когато еквивалентната задача има по-просто или по-красиво решение [51], [52]. Такава редукция може да се прави и с помощта на логически еквивалентности, използвани като модели. Като се позовават на последното Ю. Нинова и В. Михова [47] описват понятието *еквивалентни задачи* като задачи, чиито логически структури са еквивалентни. Разглежданият метод за създаване на задачи се базира именно на логическата еквивалентност на формули.

По този метод е работил И. Ганчев [13], [14], който използва еквивалентността

$p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_i \wedge \dots \wedge p_n \rightarrow q \Leftrightarrow p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge \bar{q} \wedge \dots \wedge p_n \rightarrow \bar{p}_i$. Тази еквивалентност позволява:

1. *създаването на задачи да се осъществява чрез механични дейности;*
2. *да се упражнява косвеният метод за доказване на твърдения;*
3. *да се разработи диалогова обучаваща програма, в която учителят въвежда условието и заключението на теоремата, а компютърът съставя съответните задачи;*
4. *да се съставят целесъобразни дидактически системи от еквивалентни помежду си задачи.*

Относно последната възможност авторът предлага технология, по която да се осъществи съставянето на системата, а след това е разгледана конкретна система от такива задачи. Този метод за създаване на задачи е полезен в случаите, когато се разглежда някоя от задължителните за изучаване теореми, но нейното доказателство е сложно по структура. Тогава тази теорема може да се замени с еквивалентна на нея теорема от класа задачи, който те определят, но се доказва по-лесно.

В [2], [4], [5] и [47] са съставени различни групи от еквивалентни задачи на базата на посочени логически еквивалентности. На същото основание са предложени и конкретни технологии за създаването на задачите.

Креативността на метода се състои в откриването на задачи, чиито логически структури са като тези в някоя от двете страни на разглежданите еквивалентности.

4 Изводи

На базата на направените преглед и анализ на литературни източници може да се формулират следните изводи.

1. Дадени са **описания** на понятията *метод за създаване на задачи* и *средство за създаване на задачи*.
2. **Не съществува единна терминология** за даден метод.
3. В отделни източници лаконично се описва **същността на метода**. Повечето автори говорят само за **един метод** за създаване на задачи, но всъщност използват няколко при реализирането на дейността, без да ги споменават. На практика методите за създаване на задачи се използват **комбинирано**, за да се разгледа дадено знание в **пълнота**.
4. Направено е разграничение между **средство** и **метод** за създаване на задачи. В някои източници **не се говори за средства**, а директно за **метод**. В други източници се получава преплитане на **различни средства**.
5. В повечето източници **не се използват технологии** при реализиране на дейността *създаване на задачи*. По-скоро се говори за **схеми** или **алгоритми** за създаване на задачи. Ако е ясна същността на метода, дейността може да се опише в **технология**.
6. **Систематизирането** на проучените механични методи е предпоставка за изграждане на **класификация** на всички проучени методи, т.е. ще бъде налице **йерархична структура**. Тя ще позволи търсенето на информация в дълготрайната памет да се **локализира**. Това ще подпомогне професионалната

дейност на учителя в теоретичен и в практически план.

Благодарности

Изказвам своите благодарности на доц. д-р Юлия Нинова за оказаните помощ и подкрепа при писането на тази статия.

Литература

- [1] BERNARDI, C. What Mathematical Logic Says About the Foundations of Mathematics, *From a Heuristic Point of View: Essays in Honour of Carlo Cellucci*, (2014), 41–53, <https://doi.org/10.48550/arXiv.1602.07551>.
- [2] V. МИНОВА, J. НИНОВА. On a Generalization of Criteria A and D for Congruence of Triangles, *Annual of Sofia University “St. Kliment Ohridski”, Faculty of Mathematics and Informatics*, **102** (2015), 257–269, <https://stipendii.uni-sofia.bg/index.php/fmi/article/view/73>.
- [3] D. MILLOUSHEVA-BOYKINA. One Idea for Creating Mathematical Problems Using the Substitution Method, *Scientific Research in XXI Century*, **44** (2021), 107–113, <https://ojs.ukrlogos.in.ua/index.php/interconf/article/view/9814>.
- [4] J. НИНОВА, V. МИНОВА. An Algorithm for Composition of Inverse Problems With Exclusive Disjunction as a Logical Structure in the Conclusion, *Mathematical education: actual situation and perspectives*, (2014), 29–32, <https://doi.org/10.48550/arXiv.1411.1588>.
- [5] J. НИНОВА, V. МИНОВА. Composition of Inverse Problems With a Given Logical Structure, *Annual of Sofia University “St. Kliment Ohridski”, Faculty of Mathematics and Informatics*, **101** (2013), 167–181, <https://ftl5.uni-sofia.bg/index.php/fmi/article/view/237>.
- [6] E. PEEL. Psychological and Educational Research Bearing on Mathematics and Teaching. *Teaching School Mathematics*, (1971), 151–177, <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf00000007959>.
- [7] О. АЖГАЛИЕВ. Способ составления задач на вычисление площадей, *Математика в школе*, **1** (1994), 19–20. [О. AZHGALIEV. Sposob sostavleniya zadach na vaychislenie ploshtadey, *Matematika v shkole*, **1** (1994), 19–20] (in Russian).
- [8] Б. БАЕВ, И. ПАШОВ. Приложение на взаимносвързаните твърдения за съставяне на задачи, *Материали от програмата на Шуменския полуден на X пролетна конференция на СМБ*, **10** (1981), 102 – 110. [B. BAEV, I. PASHOV. Prilozhenie na vzaimno-svarzanite tvardeniya za sastavyane na zadachi, *Materiali ot programata na Shumenskiya poluden na X proletna konferentsiya na SMB*, **10** (1981), 102–110] (in Bulgarian).
- [9] Б. БАЕВ. Елементарни методи за съставяне на задачи от училищния курс по математика, *Математика и математическо образование*, **11** (1982), 436–439. [B. BAEV. Elementarni metodi za sastavyane na zadachi ot uchilishtniya kurs po matematika, *Matematika i matematicheskoto obrazovanie*, **11** (1982), 436–439] (in Bulgarian).
- [10] Г. БАЛЪКЧИЕВА, Т. КАРТУЛЕВА. Система от задачи за построение на равностранен триъгълник чрез метода на ротация, *Математика и математическо образование*, **23** (1994), 465–468. [G. BALAKCHIEVA, T. KARTULEVA. Sistema

- ot zadachi za postroenie na ravnostranen triagalnuk chrez metoda na rotatsiya, *Matematika i matematichsko obrazovanie*, **23** (1994), 465–468] (in Bulgarian).
- [11] Л. ВИНОГРАДОВА. Методика преподавания математики в средней школе: Учебное пособие. Ростов на Дон, Феникс, 2005. [L. VINOGRADOVA. Metodika prepodavaniya matematiki v sredney shkole: Uchebnoe posobie. Rostov na Don, Feniks, 2005] (in Russian).
- [12] И. ГАНЧЕВ. За математическите задачи. София, Народна просвета, 1971. [I. GANCHEV. Za matematicheskite zadachi. Sofiya, Narodna prosveta, 1971] (in Bulgarian).
- [13] И. ГАНЧЕВ. Логический аналог одного свойства уравнений и его использование в обучении математике, *Математика в школе*, **2** (1993), 77–79. [I. GANCHEV. Logicheskiiy analog odnogo svoystva uravneniy i ego ispol'zovanie v obuchenii matematike, *Matematika v shkole*, **2** (1993), 77–79] (in Russian).
- [14] И. ГАНЧЕВ. Логическият апарат – ефективно средство в обучението по математика и в дидактиката на математиката, *Юбилейна научна сесия – 30 години ФМИ, ПУ „Паусий Хилендарски“*, (2000), 18–27. [I. GANCHEV. Logicheskiiyat aparat–efektivno sredstvo v obuchenieto po matematika i v didaktikata na matematikata, *Yubileyna nauchna sesiya – 30 godini FMI, PU „Paisiy Hilendarski“*, (2000), 18–27] (in Bulgarian). <https://fmi-plovdiv.org/GetResource?id=584>.
- [15] I. GEORGIEVA, ZH. ANGELOVA. Ideas on systemizing problems for solving a triangle in teaching mathematics, *Mathematics and Education in Mathematics*, **51** (2022), 153–171] (in Bulgarian). <https://smb.math.bas.bg/mem/index.php/memjournal/article/view/59>.
- [16] Е. ГЕРГАНОВ. Памет и смисъл. София, Наука и изкуство, 1987. [E. GERGANOV. Pamet i smisal. Sofiya, Nauka i izkustvo, 1987] (in Bulgarian).
- [17] А.ГОЛЬДМАН, Л. ЗВАВИЧ. Учебные серии на уроках, *Математика в школе*, **5** (1990), 19–22. [A. GOLYDMAN, L. ZVAVICH. Uchebnaye serii na urokah, *Matematika v shkole*, **5** (1990), 19–22] (in Russian).
- [18] И. ГРАДШТЕЙН. Прямая и обратная теоремы. Москва, ФИЗМАТГИЗ, 1959. [I. GRADSHTEYN. Pryamaya i obratnaya teorema. Moskva, FIZMATGIZ, 1959] (in Russian).
- [19] Р. ГРАНОВСКА. Елементи на практическата психология. София, Наука и изкуство, 1989. [R. GRANOVSKA, Elementi na prakticheskata psihologiya. Sofiya, Nauka i izkustvo, 1989] (in Bulgarian).
- [20] П. ЕРДНИЕВ. Метод на противопоставянето в уроците по геометрия, *Математика и физика*, **12**, № 3 (1969), 16 – 21. [P. ERDNEEV. Metod na protivopostavyaneto v urotsite po geometriya, *Matematika i fizika*, **12**, № 3 (1969), 16 – 21] (in Bulgarian).
- [21] В. ЕРМАКОВ. Число условий, определяющих геометрическую фигуру на плоскости, *Журнал элементарной математики*, **1**, № 2 (1884), 26–29. [V. ERMAKOV. Chislo usloviy, opredelyayushtih geometricheskuyu figuru na ploskosti, *Zhurnal elementarnoy matematiki*, **1**, № 2 (1884), 26–29] (in Russian). https://www.mathedu.ru/text/zhem_1884_t1_n2/p4/.
- [22] Й. ИВАНОВ, М. ХРИСТОВ. Върху обучаващите решения на геометрични задачи, *Mattex*, **1** (2016), 251–261. [Y. IVANOV, M. HRISTOV. Varhu obuchavashtite resheniya na geometrichni zadachi, *Mattex*, **1** (2016), 251–261] (in Bulgarian). <http://>

- //info.fmi.shu-bg.net/skin/pfiles/251_pdfsam_mattex_vol-1-2016.pdf.
- [23] Институт за български език. Речник на българския език (онлайн), 2014. [Institut za balgarski ezik. Rechnik na balgarskiya ezik (onlayn), 2014] (in Bulgarian), <https://ibl.bas.bg/>.
- [24] Институт за български език. Речник на съвременния български книжовен език (онлайн), 2014. [Institut za balgarski ezik. Rechnik na savremenniya balgarski knizhoven ezik (onlayn), 2014] (in Bulgarian), <https://ibl.bas.bg/>.
- [25] С. КАДИЕВ, Ю. НИНОВА. Дидактически модел за съставяне на система от задачи на базата на технологичния подход, *Математика и информатика*, **64**, № 1 (2021), 99–113. [S. KADIEV, YU. NINOVA. Didakticheski model za sastavyane na sistema ot zadachi na bazata na tehnologichniya podhod, *Matematika i informatika*, **64**, № 1 (2021), 99–113] (in Bulgarian).
- [26] С. КАДИЕВ. Използване на граматиката на българския език при изучаване на математически твърдения, *Пролетна научна сесия на ФМИ, СУ „Св. Климент Охридски“*, (2023), 25. [S. KADIEV. Ispolzvane na gramatikata na balgarskiya ezik pri izuchavane na matematicheski tvardeniya, *Proletna nauchna sesiya na FMI, SU „Sv. Kliment Ohridski“*, (2023), 25] (in Bulgarian).
- [27] С. КАДИЕВ. Съседни и противоположни ъгли. Перпендикулярни прави – 1 част, *С БНТ на училище: На фокус 7. клас*, (2021). [S. KADIEV. Sasedni i protivopolozhni agli. Perpendikulyarni pravi – 1 chast, *S BNT na uchilishte: Na fokus 7. klas*, (2021)] (in Bulgarian), <https://bnt.bg/news/sasedni-i-protivopolozhni-agli-perpendikulyarni-pravi-1-chast-295181news.html>.
- [28] С. КАДИЕВ. Успоредни прави – признаци и свойства, *С БНТ на училище: На фокус 7. клас*, (2021). [S. KADIEV. Usporedni pravi – priznatsi i svoystva, *S BNT na uchilishte: Na fokus 7. klas*, (2021)] (in Bulgarian), <https://bnt.bg/news/-usporedni-pravi-priznaci-i-svoistva-295304news.html>.
- [29] Е. КАНИН. Развитие темы задачи, *Математика в школе*, **3** (1991), 8–12. [E. KANIN. Razvitie temay zadachi, *Matematika v shkole*, **3** (1991), 8–12] (in Russian).
- [30] Г. КОВАЛЁВА. Варьирование как метод построения систем задач по математике, *Ярославский педагогический вестник*, **61**, № 4 (2009), 51–55. [G. KOVALYOVA. Varyirovanie kak metod postroeniya sistem zadach po matematike, *Yaroslavskiy pedagogicheskiy vestnik*, **61**, № 4 (2009), 51–55] (in Russian). <https://cyberleninka.ru/article/n/varirovanie-kak-metod-postroeniya-sistem-zadach-po-matematike>.
- [31] Г. КОВАЛЕВА. Методическая система обучения будущих учителей математики конструированию систем задач. Дисертация, ВАК РФ, Волгоград, 2012. [G. KOVALEVA, Metodicheskaya sistema obucheniya budushtih uchiteley matematiki konstruirovaniyu sistem zadach. Disertatsiya, VAK RF, Volgrad, 2012] (in Russian). <https://www.dissercat.com/content/metodicheskaya-sistema-obucheniya-budushchikh-uchitelei-matematiki-konstruirovaniyu-sistem-z>.
- [32] Г. КОВАЛЕВА. Приемы варьирования задачи как метода построения систем, *Известия Самарского научного центра РАН*, **3**, № 3 (2010), 646–653. [G. KOVALEVA. Priemay varyirovaniya zadachi kak metoda postroeniya sistem, *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN*, **3**, № 3 (2010), 646–653] (in Russian). <https://cyberleninka.ru/article/n/priemy-varirovaniya-zadachi-kak-metoda-postroeniya-sistem>.

- [33] Г. КОВАЛЕВА. Приемы конструирования систем математических задач, *Наука и школа*, **2** (2010), 77–81. [G. KOVALEVA. Priemay konstruirovaniya sistem matematicheskikh zadach, *Nauka i shkola*, **2** (2010), 77 –81] (in Russian). <https://cyberleninka.ru/article/n/priemy-konstruirovaniya-sistem-matematicheskikh-zadach>.
- [34] М. КРАЙЗМАН. Векторният метод и приложението му при решаване на задачи, *За някои въпроси на обучението по математика*, **2** (1980), 128–161. [M. KRAYZMAN. Vektorniyat metod i prilozhenieto mu pri reshavane na zadachi, *Za nyakoi vaprosi na obuchenieto po matematika*, **2** (1980), 128 – 161] (in Bulgarian).
- [35] Ю. КУЛИКОВ. Вариации на тему учебной задачи, *Математика в школе*, **2** (1994), 18–19. [Yu. KULIKOV. Variatsii na temu uchebnoy zadachi, *Matematika v shkole*, **2** (1994), 18–19] (in Russian).
- [36] Л. ЛОПОВОК. За подбора и съставянето на задачи по геометрия, *Математика и физика*, **6**, № 3 (1963), 30–36. [L. LOPOVOK. Za podbora i sastavyaneto na zadachi po geometriya, *Matematika i fizika*, **6**, № 3 (1963), 30 – 36] (in Bulgarian).
- [37] Л. ЛОПОВОК. Из опита при подбора и съставянето на задачи по геометрия, *Математика и физика*, **6**, № 4 (1963), 38 – 44. [L. LOPOVOK. Iz opita pri podbora i sastavyaneto na zadachi po geometriya, *Matematika i fizika*, **6**, № 4 (1963), 38–44] (in Bulgarian).
- [38] Д. МИЛУШЕВА-БОЙКИНА, В. МИЛУШЕВ. Методика и методи съставления математических задач для средней школы, *Вісник Черкаського університету, Серія „Педагогічні науки“*, **16** (2017), 103–114. [D. MILUSHEVA-BOYKINA, V. Milushev. Metodika i metoday sostavleniya matematicheskikh zadach dlya sredney shkolay, *Visnik Cherkaskyogo universitetu, Seriya „Pedagogichni nauki“*, **16** (2017), 103–114] (in Russian). https://www.researchgate.net/publication/325324537_Metodika_i_metody_sostavlenia_matematiceskikh_zadac_dla_srednej_skoly.
- [39] Д. МИЛУШЕВА-БОЙКИНА. Дейността съставяне на задачи и обучаване на студентите на някои методи за съставяне на задачи от училищния курс по математика. Дисертация, ВАК, София, 2000. [D. MILUSHEVA-BOYKINA. Deynostta sastavyane na zadachi i obuchavane na studentite na nyakoi metodi za sastavyane na zadachi ot uchilishtniya kurs po matematika. Disertatsiya, VAK, Sofiya, 2000] (in Bulgarian).
- [40] М. МОДОНОВА. Конструирование систем математических задач. *Интеграция образования*, **4** (2009), 98–102. [M. MODONOVA. Konstruirovanie sistem matematicheskikh zadach. *Integratsiya obrazovaniya*, **4** (2009), 98 – 102] (in Russian). <https://cyberleninka.ru/article/n/konstruirovanie-sistem-matematicheskikh-zadach.pdf>.
- [41] М. МОИСЕЕВА. Подходы к конструированию математических задач как основы для создания их систем, *Известия ВГПУ, Теория и методика обучения и воспитания*, **1** (2009), 156–159. [M. MOISEEVA. Podhoday k konstruirovaniyu matematicheskikh zadach kak osnovay dlya sozdaniya ih sistem, *Izvestiya VGPU, Teoriya i metodika obucheniya i vospitaniya*, **1** (2009), 156–159] (in Russian). <https://cyberleninka.ru/article/n/podhody-k-konstruirovaniyu-matematicheskikh-zadach-kak-osnovy-dlya-sozdaniya-ih-sistem>.
- [42] А. МОЛЛОВ. Някои идеи за съставяне на задачи и системи от такива, свързани

- с училищния курс по математика. Дисертация, ВАК, София, 1987. [A. MOLLOV. Nyakoi idei za sastavyane na zadachi i sistemi ot takiva, svarzani s uchilishtniya kurs po matematika. Disertatsiya, VAK, Sofiya, 1987] (in Bulgarian).
- [43] Т. МОРАЛИШВИЛИ. Методика решения нестандартных алгебраических задач. *Современные проблемы методики преподавания математики*, (1985), 221–231. [T. MORALISHVILI. Metodika resheniya nestandartnayh algebraicheskikh zadach. *Sovremennaye problemay metodiki prepodavaniya matematiki*, (1985), 221–231] (in Russian).
- [44] М. НАЙДЕНОВ. Някои основни дейности при изследване и съставяне на математически задачи, *Математика и математическо образование*, **36** (2007), 387–391. [M. NAYDENOV. Nyakoi osnovni deynosti pri izsledvane i sastavyane na matematicheski zadachi, *Matematika i matematicheskoto obrazovanie*, **36** (2007), 387–391] (in Bulgarian). http://www.math.bas.bg/smb/2004_2007_PK/2007/pdf/387-391.pdf.
- [45] И. НАСИКАН. Метод варьирования в системе задач на развитие функциональных умений учащихся основной школы, *Мир науки, культуры, образования*, **6**, № 43 (2013), 65–67. [I. NASIKAN. Metod varyirovaniya v sisteme zadach na razvitie funktsionalnykh umeniy uchastitsya osnovnoy shkolay, *Mir nauki, kulyturay, obrazovaniya*, **6**, № 43 (2013), 65–67] (in Russian). <https://cyberleninka.ru/article/n/metod-varirovaniya-v-sisteme-zadach-na-razvitiye-funktsionalnykh-umeniy-uchaschihsya-osnovnoy-shkoly>.
- [46] И. НАСИКАН. Методические основы проектирования системы задач в контексте деятельностного подхода к обучению математике, *Вестник РУДН, Серия „Психология и педагогика“*, **2** (2012), 130–136. [I. NASIKAN. Metodicheskie osnovy proektirovaniya sistemay zadach v kontekste deyatel'nostnogo podhoda k obucheniyu matematike, *Vestnik RUDN, Seriya „Psikhologiya i pedagogika“*, **2** (2012), 130–136] (in Russian). <https://cyberleninka.ru/article/n/metodicheskie-osnovy-proektirovaniya-sistemy-zadach-v-kontekste-deyatelnostnogo-podhoda-k-obucheniyu-matematike>.
- [47] Ю. НИНОВА, В. МИХОВА. Еквивалентни задачи, *Математика и математическо образование*, **42** (2013), 424–429. [YU. NINOVA, V. MIHOVA. Ekvivalentni zadachi, *Matematika i matematicheskoto obrazovanie*, **42** (2013), 424–429] (in Bulgarian). http://www.math.bas.bg/smb/2013_PK/tom_2013/pdf/424-429.pdf.
- [48] Ю. НИНОВА, С. КАДИЕВ. Система от задачи на тема „Отношение на обемите на два многостена“, създадена на базата на технологичния подход, *75-годишна мисия и история*, (2022), 104–136. [YU. NINOVA, S. KADIEV. Sistema ot zadachi na tema „Otnoshenie na obemite na dva mnogostena“, sazdadena na bazata na tehnologichniya podhod, *75-godishna misiya i istoriya*, (2022), 104–136] (in Bulgarian). <https://unipress.bg/image/catalog/1pdf/matematika.pdf>.
- [49] Ю. НИНОВА. Контекстуално прекодиране, *Математика и информатика*, **65**, № 1 (2022), 82–95. [YU. NINOVA. Kontekstualno prekodirane, *Matematika i informatika*, **65**, № 1 (2022), 82–95] (in Bulgarian). https://azbuki.bg/wp-content/uploads/2022/02/Matematika_01_Uliqn-Ninov.pdf.
- [50] Ю. НИНОВА. Модели и технологии за решаване на методически задачи, свързани с изучаването на математическите понятия. Дисертация, ВАК, София, 2024.

- [YU. NINOVA. Modeli i tehnologii za reshavane na metodicheski zadachi, svarzani s izuchavaneto na matematicheskite ponyatiya. Disertatsiya, VAK, Sofiya, 2024] (in Bulgarian).
- [51] Д. ПОЙА. Как се решава задача. София, Народна просвета, 1972. [D. POYA. Kak se reshava zadacha. Sofiya, Narodna prosveta, 1972] (in Bulgarian).
- [52] Д. ПОЙА. Математическото откритие. София, Народна просвета, 1968. [D. POYA. Matematicheskoto otkritie. Sofiya, Narodna prosveta, 1968] (in Bulgarian).
- [53] Л. ПОРТЕВ. Параметризация на геометричните фигури и приложенията ѝ в обучението по математика, *За някои въпроси на обучението по математика*, **2** (1980), 179–192. [L. PORTEV. Parametrizatsiya na geometrichnite figuri i prilozhenite ѝ v obuchenieto po matematika, *Za nyakoi vaprosi na obuchenieto po matematika*, **2** (1980), 179–192] (in Bulgarian).
- [54] Речник на българския език „Речко“, 2010. [Rechnik na balgarskiya ezik „Rechko“, 2010] (in Bulgarian), <https://rechnik.chitanka.info/>.
- [55] К. СЛАВОВ, С. СЛАВОВА. Параметризация на множества. *Годишник на Висшия педагогически институт в Шумен, Природо-математически факултет*, **9Б** (1985), 59–77. [K. SLAVOV, S. SLAVOVA. Parametrizatsiya na mnozhestva. *Godishnik na Visshiya pedagogicheski institut v Shumen, Prirodo-matematicheski fakultet*, **9B** (1985), 59–77] (in Bulgarian).
- [56] К. СЛАВОВ. Основни методи за решаване на задачи по алгебра. София, Народна просвета, 1967. [K. SLAVOV. Osnovni metodi za reshavane na zadachi po algebra. Sofiya, Narodna prosveta, 1967.] (in Bulgarian).
- [57] С. СЛАВОВА, К. СЛАВОВ, Е. ЙОНОВА. Приложение на метода на параметризацията при съставяне на задачи от триъгълник (част първа), *Годишник на ШУ „Еп. Константин Преславски“, Факултет по следдипломна квалификация*, **16F** (2004), 50–65. [S. SLAVOVA, K. SLAVOV, E. YONOVA. Prilozhenie na metoda na parametrizatsiyata pri sastavyane na zadachi ot triagalnik (chast parva), *Godishnik na SHU „Ep. Konstantin Preslavski“, Fakultet po sleddiplomna kvalifikatsiya*, **16F** (2004), 50–65] (in Bulgarian).
- [58] С. СЛАВОВА, К. СЛАВОВ, Е. ЙОНОВА. Приложение на метода на параметризацията при съставяне на задачи от триъгълник (част втора), *Годишник на ШУ „Еп. Константин Преславски“, Факултет по следдипломна квалификация*, **16F** (2004), 66–78. [S. SLAVOVA, K. SLAVOV, E. YONOVA. Prilozhenie na metoda na parametrizatsiyata pri sastavyane na zadachi ot triagalnik (chast vtora), *Godishnik na SHU „Ep. Konstantin Preslavski“, Fakultet po sleddiplomna kvalifikatsiya*, **16F** (2004), 66–78] (in Bulgarian).
- [59] А. СТОЛЯР. Логическое введение в математику. Минск, Высшая школа, 1971. [A. STOLYAR. Logicheskoe vvedenie v matematiku. Minsk, Vaysheyshaya shkola, 1971] (in Russian).
- [60] В. ТАРАНЕНКО. В помощь составителям задач по теме „Площадь треугольника“, *Математика в школе*, **3** (1993), 20 – 22. [V. TARANENKO. V pomoshty sostavitelyam zadach po teme „Ploshtady treugolynika“, *Matematika v shkole*, **3** (1993), 20–22] (in Russian).
- [61] Г. ТОКМАЗОВ. Задачи динамического характера, *Математика в школе*, **5** (1994) 9–12. [G. TOKMAZOV. Zadachi dinamicheskogo haraktera, *Matematika v shkole*, **5** (1994) 9–12.] (in Russian).

- [62] Р. ТРАШЛИЕВ. Задачата: психолого-педагогически проблеми. София, Министерство на народната просвета, 1989. [R. TRASHLIEV. Zadachata: psihologo-pedagogicheski problemi. Sofiya, Ministerstvo na narodnata prosveta, 1989] (in Bulgarian).
- [63] Н. ФИЛОНЕНКО. Тема „Решение треугольников“ в IX классе, *Математика в школе*, **1** (2004), 4–6. [N. FILONENKO. Tema „Reshenie treugolynikov“ v IX klasse, *Matematika v shkole*, **1** (2004), 4–6] (in Russian).
- [64] Н. ЧЕТВЕРУХИН, Л. ЯЦКЕВИЧ, Параметризация и ее применение в геометрии, *Математика в школе*, **5** (1963), 15–23. [N. CHETVERUHIN, L. YATSKEVICH, Parametrizatsiya i ee primeneniye v geometrii, *Matematika v shkole*, **5** (1963), 15–23] (in Russian).
- [65] И. ШАРИГИН. Как се раждат задачите?, *Обучението по математика и информатика*, **35**, № 5 (1992), 7–12. [I. SHARIGIN. Kak se razhdat zadachite?, *Obuchenieto po matematika i informatika*, **35**, № 5 (1992), 7–12] (in Bulgarian).
- [66] И. ШАРИГИН. Как се раждат задачите?, *Обучението по математика и информатика*, **35**, № 6 (1992), 7–14. [I. SHARIGIN. Kak se razhdat zadachite?, *Obuchenieto po matematika i informatika*, **35**, № 6 (1992), 7–14] (in Bulgarian).
- [67] П. ЭРДНИЕВ. О методе обратных задач, *Математика в школе*, **1** (1970), 40–42. [P. ERDNIEV. O metode obratnayh zadach, *Matematika v shkole*, **1** (1970), 40–42] (in Russian).