

Е1. Намерете най-голямата стойност на $x+z$, ако $x^2+y^2=4$, $z^2+t^2=9$ и $xt+yz\geq 6$.

Е2. Около ABC е описана окръжност. Хордите, съединяващи средата на дъгата AC със средите на дъгите AB и BC , пресичат страните AB , BC съответно в точки D , E . Докажете, че а) $DE\parallel AC$; б) центърът на вписаната окръжност в ABC лежи на отсечката DE .

Е3. Да се намерят всички естествени n , за които $2^n+3^n+5^n+6^n$ е точен куб.

Е4. За цяло положително число n двама играчи A и B играят следната игра: Дадена е купчина с s камъчета и играчите се редуват, като A играе пръв. На всеки ход съответният играч взема едно камъче, просто число камъчета или кратен на n брой камъчета. Победител е този, който вземе последното камъче. Ако двамата играчи играят по най-добрия начин, за колко стойности на s не е възможно A да е победител?

Е5. Нека a , b , c са положителни реални числа, за които $a+b+c=1$. Да се докаже, че

$$\frac{7+2b}{1+a} + \frac{7+2c}{1+b} + \frac{7+2a}{1+c} \geq \frac{69}{4}.$$

Кога се достига равенство?

Е6. На чертежа триъгълник е разделен на 36 триъгълничета с прави, успоредни на страните му. Докажете, че ортоцентровете на шестте оцветени триъгълничета лежат на една окръжност.



Е7. За простите числа $p < q < r$ е в сила $r=2q+p$ и $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r} = \frac{623}{pqr}$. Намерете pqr .

Е8. В математически турнир били дадени 6 задачи. Всяка задача била решена от точно 2018 участници. Никои двама не успели да решат заедно всички задачи. Колко най-малко са били участниците в турнира?

Е9. Намерете всички естествени n , за които съществуват различни естествени a , b , c , d , за които измежду числата $\frac{(a-c)(b-d)}{(b-c)(a-d)}$, $\frac{(b-c)(a-d)}{(a-c)(b-d)}$, $\frac{(a-b)(d-c)}{(a-d)(b-c)}$, $\frac{(a-c)(b-d)}{(a-b)(c-d)}$ има две равни на n .

Е0. В равнината са дадени 50 точки, никои три от които не лежат на една права. Всяка от тези точки е оцветена в един от дадени четири цвята. Докажете, че за някой от тези цветове съществуват поне 130 разностранни триъгълника с върхове, оцветени само в този цвят.