

XXXI ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

Пролетен тур,

10. – 12. клас, Тренировъчен вариант

(Резултатът се определя от трите най-добре решени задачи .)

точки задачи

- | | |
|---|---|
| 3 | 1. От Южна Америка в Русия 2010 кораби превозват банани, лимони и ананаси. Броят на бананите на всеки кораб е равен на общия брой лимони на останалите кораби, а броят на лимоните на всеки кораб е равен на общия брой на ананасите на останалите кораби. Докажете, че общият брой плодове се дели на 31. |
| 4 | 2. Функцията $f(x)$ има следното свойство: всяка права в координатната равнина пресича графиката на $y = f(x)$ в толкова на брой точки, в колкото и параболата $y = x^2$. Докажете, че функцията $f(x)$ е тъждествено равна на x^2 . |
| 5 | 3. Възможно ли е повърхнината на правилен октаедър да се облепи напълно с няколко правилни шестоъгълника, които не се припокриват? (Правилният октаедър има 6 върха, стените му са равностранни триъгълници и всеки връх лежи на 4 стени.) |
| 5 | 4. Барон Мюнхаузен помолил приятелите си да намислят полином $P(x)$, който е с естествени коефициенти и е различен от константа, и да му съобщят само стойностите $P(2)$ и $P(P(2))$. Баронът твърди, че само по тези данни може винаги да отгатне кой е намисления полином. Не греши ли барон Мюнхаузен? |
| 6 | 5. В равнината лежи игла. Позволено е иглата да се върти на 45° около кой да е от краищата си. Може ли след няколко завъртания иглата да се върне на първоначалното си място, но краищата и да са си сменили местата? (Приемете иглата за отсечка.) |