

XXXI ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

Пролетен тур,

7. – 9. клас, Тренировъчен вариант

(Резултатът се определя от трите най-добре решени задачи.)

точки задачи

- | | |
|---|--|
| 3 | 1. В шест кошници сложили круши, сливи и ябълки. Във всяка кошница броят на сливите е равен на общия брой на ябълките във всички останали кошници. Във всяка кошница броят на ябълките е равен на общия брой на крушите в останалите кошници. Докажете, че общият брой плодове се дели на 31. |
| 3 | 2. Дребосъчето и Карлсон режат квадратна торта: Карлсон избира точка върху тортата (не по границата), а Дребосъчето реже по права линия от тази точка до края (в произволна посока). След това перпендикулярно на направения разрез Карлсон реже от точката до края и дава по-малкото от получените две парчета на Дребосъчето. Дребосъчето иска да получи поне четвърт от тортата. Може ли Карлсон да му попречи? |
| 2 | 3. Начертан е ъгъл и разполагате с пергел. |
| 2 | а) Най-малко колко окръжности трябва да се построят, за да се определи дали даденият ъгъл е остър? |
| 2 | б) Как може да се определи дали даденият ъгъл е равен на 31° (разрешава се да се построят произволен брой окръжности)? |
| 5 | 4. В компания математици всеки има не по-малко от трима познати. Докажете, че може да се избере група от четен брой математици (повече от двама), която да се разположи около кръгла маса така, че всеки да познава и двамата си съседни. |
| 5 | 5. На дъската са записани 101 числа: $1^2, 2^2, \dots, 101^2$. За един ход е позволено да се изтрият кои да е две числа и вместо тях да се запише модула на тяхната разлика. Кое е най-малкото число, което може да се получи след 100 хода? |