

32. ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

ТРЕНИРОВЪЧЕН ВАРИАНТ, ЕСЕНЕН ТУР

7. - 9. клас

(Резултатът се формира от трите най-добре решени задачи.)

точки задачи

- 4 1. В Питагоровата таблица за умножение е избрана правоъгълна рамка с дебелина едно квадратче. Всяка страна на рамката се състои от нечетен брой квадратчета. Квадратчетата от рамката са шахматно оцветени. Докажете, че сборът от числата в черните квадратчета е равен на сбора на числата в белите квадратчета.
(Питагорова таблица за умножение се нарича таблица, за която в квадратчето на m -тия ред и n -тия стълб е записано произведението mn за всяка двойка естествени числа m, n .)
- 4 2. Равнобедрен трапец е описан около окръжност. Докажете, че ъглополовящата на тъпия ъгъл на трапеца го разделя на две равнолицеве части.
- 4 3. На шахматна дъска 8×8 е поставено кубче, долната стена на което съвпада с едно от полетата на дъската. Като се преобръща около някое от ребрата си, кубчето обхожда всички полета на дъската (възможно повече от веднъж). Може ли при това движение някоя от стените на кубчето нито веднъж да не е стъпвала на дъската?
- 4 4. В едно училище повече от 90% от учениците знаят английски и немски език и повече от 90% от учениците знаят английски и френски. Докажете, че повече от 90% от учениците, които знаят немски и френски, знаят и английски език.
- 4 5. Краищата на N хорди разделят дадена окръжност на $2N$ дъги с дължина 1. Ако всяка хорда разделя окръжността на две дъги с четни дължини, докажете, че числото N е четно.