

FRactal Models for Simulating Biomedical Signals

Evgeniya Gospodinova

Institute of Robotics, Bulgarian Academy of
Sciences, Bulgaria
jenigospodinova@abv.bg

Penio Lebamovski

Institute of Robotics, Bulgarian Academy of
Sciences, Bulgaria
p.lebamovski@abv.bg

ФРАКТАЛНИ МОДЕЛИ ЗА СИМУЛИРАНЕ НА БИОМЕДИЦИНСКИ СИГНАЛИ

Abstract

In the article, two fractal models: Fractal Brownian Motion (FBM) and Fractal Gaussian Noise (FGN) for simulating biomedical signals are presented, investigated and analysed. These models reflect the complex and nonlinear dynamics of cardiac activity and may be useful in the study of various cardiovascular diseases and conditions. The main characteristics of biomedical signals, such as self-similarity, fractal dimension, long-term dependence and scale invariance, depend on the Hurst parameter, and its values vary between 0 and 1. If the value of this parameter is between 0.5 and 1.0, then the investigated signal has a positive correlation and shows persistence. Understanding and properly estimating the Hurst parameter can provide important information about the behaviour of complex systems and signals, such as the biomedical signals. In this paper, the FBM is simulated by applying the Random Midpoint Displacement algorithm and the FGN by the Paxson algorithm. A comparative analysis and evaluation of the presented algorithms was made regarding the following two aspects: accuracy of the simulated signals and the required processing time for simulating signals of different lengths. Based on the comparative analysis and evaluation of the presented algorithms, the better algorithm will be determined, which can be used in the study and analysis of real biomedical signals, such as the cardiac signals (RR time series).

Keywords: Fractional Brownian Motion (FBM); Fractional Gaussian Noise (FGN); Fractal Process; Hurst Exponent; Random Midpoint Displacement (RMD) Algorithm; Paxson Algorithm.

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Фракталното симулиране на биомедицински сигнали представлява иновативен подход в анализа на сърдечната дейност, който използва математическата концепция на фракталната теория, за да моделира сложността и динамиката на електрическата активност на сърцето. Електрокардиологичните (ЕКГ) [1], [2] и фотоплетизмографските (ФПГ) сигнали [3], [4], които отразяват ритъма и състоянието на сърдечната функция, често показват нелинейни и хаотични характеристики. Тези особености ги правят подходящи при моделирането им чрез фрактални модели, които се основават на самоподобие и мащабна инвариантност. Чрез използване на фрактални алгоритми може да се постигне по-точно разбиране на сърдечната динамика, както и да се разработят нови методи за диагностика и прогнозиране на сърдечни заболявания [5]. При изследване на ЕКГ/ФПГ сигнали, чрез прилагане на фрактален анализ могат да бъдат открити аномалии в сигналите, което помага за ранната диагностика на редица заболявания. Фракталните модели могат да се използват още и за моделиране на пазарните движения на цените на електроенергията, тъй като с фракталната геометрия могат да опишат сложните финансови движения и непредсказуемостта на фондовите пазари, което позволява разработване на модели за анализ на риска [6], [7], [8]. През последните години, фракталните модели се утвърдиха като мощен инструмент за симулация и анализ на

биомедицински сигнали, предоставяйки по-задълбочен поглед върху сложната динамика на биологичните системи.

Целта на настоящата статия е да се представят и анализират два фрактални метода: фрактално Брауново движение и фрактален гаусов шум за симулиране вариациите на интервалите между ударите на сърцето (RR интервали) в ЕКГ сигнали. Сравнителен анализ между симулираните процеси с двата фрактални метода по отношение на параметрите точност и бързодействие.

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ФРАКТАЛНИТЕ ПРОЦЕСИ

Фракталните процеси са специфичен вид времеви редове, които показват определени математически и статистически свойства. Те се използват широко в различни области, включително медицина, финанси, природни науки и инженерство. Основните характеристики на фракталните процеси са следните [9], [10], [11]:

Самоподобие: Фракталните процеси са самоподобни, което означава, че те изглеждат подобни при различни мащаби. Тези процеси запазват своите статистически свойства при различните нива на мащабиране.

Дългосрочна зависимост: Фракталните процеси демонстрират корелации, които не изчезват бързо с времето и показват дългосрочна зависимост, при която стойностите на времевия ред са взаимосвързани при различните времеви мащаби.

Нелинейност: Фракталните процеси често показват нелинейни поведения, което означава, че те не могат да бъдат описани с линейни модели.

Вариация на мащаба: Тези процеси демонстрират различни статистически свойства при различни мащаби, което е свързано с концепцията на фракталите, че те имат „размер“ или „параметър на Хърст“, който определя степента на самоподобие.

Фрактално измерение: Фракталното измерение е математически параметър, който описва сложността на фракталния процес. То е по-голямо от обичайното пространствено измерение, но по-малко от целия размер на пространството. Например, фракталното измерение на крива или линия може да бъде 1.5, вместо 1.

Параметър на Хърст: Параметърът на Хърст (H) е ключов при определяне на дългосрочната зависимост на фракталния процес. Стойността на този параметър варира между 0 и 1. При $H=0.5$ процесът е класическо Брауново движение (без памет), докато при $H>0.5$ процесът е персистентен с положителни дългосрочни корелации и показва самоподобие.

Сложност и хаос: Фракталните процеси често показват висока степен на сложност и хаос. Те могат да имат непредсказуеми и сложни поведенчески модели, които не могат да бъдат предсказани лесно с помощта на традиционните линейни модели.

Статистическо самоподобие: Фракталните процеси имат статистическо самоподобие, което означава, че техните статистически свойства са идентични при различни времеви мащаби. Това се използва за анализ на времеви редове и процеси, които демонстрират подобна вариабилност при различни нива на мащаба.

Периодичност и тенденции: Въпреки, че фракталните процеси могат да изглеждат хаотични, те могат да съдържат и периодични компоненти и тенденции, които са важни за разбирането на тяхната структура и поведение.

3. ФРАКТАЛНИ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМИ ЗА СИМУЛИРАНЕ НА БИОМЕДИЦИНСКИ СИГНАЛИ

Фракталното брауново движение и фракталният гаусов шум са два ключови типа фрактални модели, използвани за симулиране на сложни, самоподобни процеси в различни области на науката, в това число и на ЕКГ/ФПГ сигнали.

Фракталното брауново движение (ФБД) е разширение на класическото брауново движение, което представлява случайно движение на частици, но с добавена фрактална структура. Основната разлика е, че фракталното брауново движение включва дългосрочна зависимост и притежава свойството самоподобие.

Фракталният гаусов шум (ФГШ) е свързан с фракталното Брауново движение и представлява разликата между две последователни стойности на ФБД. Този модел се използва за генериране на по-стохастични, „шумни“ компоненти на ЕКГ сигнали, които отразяват вариациите на сърдечния ритъм, дължащи се на различни външни фактори, като стрес. Той е подходящ за моделиране на малки, краткосрочни вариации в сърдечния ритъм, които могат да включват както нормални флуктуации, така и патологични аномалии (напр. тахикардии).

3.1 Алгоритъм за симулиране на ФБД

Алгоритъмът RMD (Random Midpoint Displacement) е класически метод за генериране на фрактални процеси и геометрии. Той често се използва за симулиране на неравни повърхности и процеси, особено в случаите, когато е нужно да се създаде фрактална структура чрез итеративно разделяне и случайно изместване на точки в пространството. В контекста на симулиране на фрактални процеси, като например за генерирането на ЕКГ сигнали, RMD може да се използва за генериране на времеви редове с фрактални характеристики. Основните стъпки на алгоритъма са [11], [12]:

Стъпка 1: Дефиниране на две крайни точки: построява се права линия, дефинирана от две крайни точки: начална точка $P_1(x_1, y_1)$ и крайна точка $P_2(x_2, y_2)$.

Стъпка 2: Изчисляване на средна точка: изчислява се средната точка между двете крайни точки P_1 и P_2 .

Стъпка 3: Случайно изместване на средната точка: определя се случайно изместване на средната точка, като средната точка се измества със стойност, която е случайно число с нормално вероятностно разпределение със средна стойност нула. Целта е да се създаде неравност. Изместването намалява с всяка итерация, за да се запази самоподобие на фракталната структура.

Стъпка 4: Рекурсия и деление: процесът се повтаря, като всяка част на линията се разделя на нови сегменти с изчисляване и изместване на средната точка между новите крайни точки. Всеки нов сегмент се третира като нова линия, върху която се прилага същото правило за средно разстояние и случайно изместване.

Стъпка 5: Многократни итерации: този процес продължава итеративно, като се добавят нови изместени точки, което води до създаването на фрактален (самоподобен) процес.

3.2 Алгоритъм за симулиране на ФГШ

Алгоритъмът на Паксон [10], [12] е мощен инструмент за симулиране на фрактални процеси с дългосрочна зависимост, като е приложим за широк кръг от области, включително и в медицински изследвания и симулация на ЕКГ сигнали. Този метод предоставя възможност за генериране на реалистични времеви редове с фрактални свойства, като помага за по-добро разбиране и анализ на биофизични процеси. Чрез

използване на алгоритъма на Паксон може да се симулират фрактални времеви редове, които да наподобяват сложни биофизични процеси като ЕКГ сигналите. Те показват вариабилност и дългосрочна зависимост, характерни за нормалната и патологичната сърдечна дейност. Алгоритъмът е особено полезен за моделиране на дългосрочни корелации в сърдечната честота и за прогнозиране на рискови състояния.

Основните стъпки на алгоритъма са следните:

Стъпка 1: Генериране на бял шум: алгоритъмът започва с генериране на бял шум $\{X_i\}$, който представлява независими и нормално разпределени случайни променливи с нулева средна стойност и стандартно отклонение единица.

Стъпка 2: Изчисляване на енергетичния спектър на процеса: за да се създаде фрактален процес, се използва енергетичен спектър с мащабиране на честотите. За самоподобни процеси, спектърът трябва да следва закон от вида $S(f) \propto f^{-\beta}$, където β е параметър, свързан с фракталното измерение и дългосрочната зависимост на процеса. Честотите f се получават от дискретното преобразование на Фурие.

Стъпка 3: Преобразуване на белия шум чрез трансформация на Фурие: прилага се дискретна трансформация на Фурие (DFT) към генерираната последователност $\{X_i\}$, за да се получат честотните компоненти. Това преобразуване премества сигнала от времеовото пространство в честотното.

Стъпка 4: Модификация на спектъра: след определянето на спектралните компоненти, те се мащабират с фактор, който е функция на честотата, като се прилага следното преобразуване: $Y(f) = X(f) \cdot f^{-\beta/2}$. Това мащабиране придава на сигнала свойствата на фракталност и самоподобие. Колкото по-голяма е стойността на β , толкова по-изразена е дългосрочната зависимост.

Стъпка 5: Обратна трансформация на Фурие: след модифициране на спектралните компоненти се прилага обратната трансформация на Фурие (IDFT), за преобразуване на сигнала от честотната във времевата област. Получената последователност представлява фрактален процес с дългосрочна зависимост.

Стъпка 6: Определяне параметъра на Хърст: степента на самоподобие и дългосрочна зависимост на процеса зависи от стойността на параметъра на Хърст, който е свързан с β чрез следния израз: $H = (\beta + 1)/2$. Параметърът на Хърст е ключов при определяне на характера на процеса, като при $H = 0.5$ процесът е напълно случаен (бял шум), докато при $H > 0.5$ процесът показва дългосрочна зависимост.

Чрез използване на алгоритъма на Паксон могат да се симулират фрактални времеви редове, които да наподобяват на сложни биомедицински процеси, каквито са ЕКГ сигналите. Те показват вариабилност и дългосрочна зависимост, характерни за нормалната и патологичната сърдечна дейност. Този алгоритъм е подходящ и за моделиране на дългосрочни корелации в сърдечната честота и за прогнозиране на рискови състояния.

4. РЕЗУЛТАТИ

На базата на симулираните процеси с двата фрактални метода е направен сравнителен анализ между тях по отношение на параметрите точност и бързодействие. Процесите са симулирани и изследвани, чрез създадено софтуерно приложение на Матлаб.

В Таблица 1 са показани необходимите процесорни времена за симулиране на фрактални процеси, чрез алгоритмите RMD и Paxson при различни дължини на симулираните процеси.

В Таблица 2 са показани определените стойности на параметъра на Хърст, чрез прилагане на уейвлет-базиран метод, както и относителната грешка, определена чрез

сравняване на входните стойности на параметъра на Хърст с определените стойности със статистическия метод.

На базата на получените резултати относно точността на симулираните фрактални процеси, както и необходимото им процесорно време могат да се направят следните изводи:

- Алгоритмът RMD за генериране на фрактални процеси на базата на ФБД е с по-голямо бързодействие от алгоритмът на Paxson, който е на базата на ФГШ.
- Относителна грешка на параметъра на Хърст, определена чрез уейвлет-базиран статистически метод са с отрицателни стойности и при двата алгоритма поради факта, че изчислената стойност е по-малка от входната стойност на параметъра на Хърст. С увеличаване стойността на параметъра на Хърст, относителната грешка намалява, като тя е по-малка при алгоритма на Paxson.

Въз основа на получените резултати следва, че ако се търси алгоритъм с по-голямо бързодействие по-подходящ е RMD, но ако се търси алгоритъм с по-голяма точност по-подходящ е алгоритма на Paxson.

Таблица 1: Процесорно време за симулиране на фрактални процеси, чрез RMD и Paxson алгоритмите.

Дължина на генерирания процес	Процесорно време (час:мин.:сек.)	
	RMD алгоритъм	Алгоритъм на Paxson
2 ¹⁵ точки	00:00:02	00:06:48
2 ¹⁶ точки	00:00:03	00:32:51
2 ¹⁷ точки	00:00:11	01:30:51
2 ¹⁸ точки	00:00:22	04:12:47
2 ¹⁹ точки	00:00:43	-
2 ²⁰ точки	00:01:28	-

Таблица 2: Стойност на параметъра на Хърст и относителната грешка (%) на симулирани фрактални процеси, чрез RMD и Paxson алгоритмите.

Входен параметър на Хърст	Хърст параметър		Относителна грешка (%)	
	RMD алгоритъм	Алгоритъм на Paxson	RMD алгоритъм	Алгоритъм на Paxson
0.6	0.568	0.586	-5.29	-2.30
0.7	0.667	0.687	-4.60	-1.83
0.8	0.768	0.788	-3.98	-1.51
0.9	0.869	0.888	-3.45	-1.27

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Фракталните модели за симулиране на биомедицински сигнали помагат да се разбере сложността на биологичните системи, което води до по-добри диагнози, прогнози и нови открития в медицината. Те се отличават с няколко ключови предимства:

- *Моделиране на сложни системи:* Фракталните модели предоставят инструментариум за представяне на сложни, неравномерни и хаотични

системи, които често се наблюдават в биомедицината, като например вариабилността на сърдечния ритъм, мозъчната активност или структурите на кръвоносните съдове.

- *Многостепенна структура*: Биологичните системи често показват фрактални характеристики на различни нива на организация, от клетъчните структури до цялостната физиология. Фракталните модели улавят тази йерархичност и самоподобие, което ги прави подходящи за анализ и симулация.
- *Диагностични приложения*: Те могат да помогнат за диагностицирането и наблюдението на заболявания, чрез идентифициране на аномалии във фракталните свойства на сигналите. Например, отклоненията във фракталната размерност на сърдечни или мозъчни сигнали могат да бъдат индикатор за заболяване.
- *Прогнозна стойност*: С използването на фрактални модели могат да се изградят по-точни прогностични модели на заболявания или физиологични процеси, тъй като тези модели отчитат по-добре сложната динамика на биологичните сигнали в сравнение с традиционните линейни методи.

БЛАГОДАРНОСТИ

Научното изследване е проведено като част от проекта „Моделиране и създаване на сензорна система за изследване и анализ на здравословното състояние на организма“ по Договор № КП-06-М67/5 от 13.12.2022 г., Конкурс за финансиране на млади учени и постдокторанти 2022 г., Фонд „Научни Изследвания“.

REFERENCES // ЛИТЕРАТУРА

1. Dechev, M.; Cheshmedzhiev, K. “Design of a System for the Protection of Cardiac Data”, Science Series “Innovative STEM Education”, 2023, volume 05, ISSN: 2683-1333, Institute of Mathematics and Informatics – Bulgarian Academy of Sciences, pp. 45-52, DOI: <https://doi.org/10.55630/STEM.2023.0506>
2. Georgieva-Tsaneva, G. “Interactive Cardio System for Healthcare Improvement”. Sensors, 23, 1186, MDPI, 2023, pp. 1-21. ISSN: 1424-8220, <https://doi.org/10.3390/s23031186>
3. Cheshmedzhiev, K. “Analysis of Photoplethysmographic Signals at Different Sampling Rate”, Science Series “Innovative STEM Education”, 2022, volume 04, ISSN: 2683-1333, Institute of Mathematics and Informatics – Bulgarian Academy of Sciences, pp. 56-61, <https://doi.org/10.55630/STEM.2022.0408>
4. Georgieva-Tsaneva, G. “A Novel Photoplethysmographic Noise Removal Method via Wavelet Transform to Effective preprocessing”. Proceedings of the 23rd International Conference on Computer Systems and Technologies, CompSysTech, June, 2022, University of Ruse, Bulgaria, ACM International Conference Proceeding Series, New York, USA, pp. 113-118, ISBN:978-1-4503-9644-8, <https://doi.org/10.1145/3546118.3546145>
5. Ernst, G. 2014. “Heart Rate Variability”. Springer-Verlag London. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-4309-3>
6. Dechev, M., Nikolova, M. “Personalized training on risk management in personal data sharing and information protection in the context of building specific competencies”. ISMSIT2024.
7. Popovska, E., Georgieva-Tsaneva, G. “Day-ahead Electricity Price Forecasting using Long-short Term Memory Recurrent Neural Network”, Science Series “Innovative STEM Education”, 2022, volume 04, ISSN: 2683-1333, Institute of Mathematics and Informatics –Bulgarian Academy of Sciences, pp. 139-148, <https://doi.org/10.55630/STEM.2022.0417>

8. Popovska, E., Gospodinov, M. “Computation of Time Series Scaling Exponent for Electricity Prices Forecasting”. In: CompSysTech'19 Proceedings of the 20th International Conference on Computer Systems and Technologies, ACM International Conference Proceeding Series, Association for Computing Machinery New York, USA, ISBN: 978-1-4503-7149-0, 2019, pp. 194–199. <https://doi.org/10.1145/3345252.3345267>
9. Mandelbrot, B. B, Van Ness, J. W., 1968. “Fractional Brownian motions, fractional noises and applications”. SIAM Rev., 1968, 10, pp. 422-437.
10. Paxson, V. 1997. “Fast, approximate synthesis of fractional Gaussian noise for generating self-similar network traffic”. Computer Communication Review, 1997, 27, pp.5-18.
11. Sheluhin, O. I., Smolskiy, S. M., Osin, A. V. “Self-Similar Processes in Telecommunications”, 2007, John Wiley & Sons, Ltd, England.
12. Jeong, H.-D. J., “Modelling of self-similar teletraffic for simulation”. 2002, Thesis.

Received: 09-09-2024 Accepted: 30-09-2024 Published: 20-12-2024

Cite as:

Gospodinova, E., Lebamovski, P. (2024). “Fractal Models for Simulating Biomedical Signals”, Science Series “Innovative STEM Education”, volume 06, ISSN: 2683-1333, pp. 182-188, 2024. DOI: <https://doi.org/10.55630/STEM.2024.0621>