МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2005
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2005
Proceedings of the Thirty Fourth Spring Conference of
the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovets, April 6–9, 2005

70 ГОДИНИ ОТ РОЖДЕНИЕТО НА ПРОФ. ДМН ИВ. ПРОДАНОВ (1935 – 1985)

Николай Г. Хаджииванов

Статията е в памет на изключително талантливия математик и блестящ лектор проф. д-р м.н. Иван Рачев Проданов. Точно преди 20 г. смъртта внезапно го отне от българската математика и неговите близки и приятели. През тази година той би навършил 70 години. Проданов бе и мой най-близък приятел. Накратко е изложен творческият му път и по-подробно математическите му приноси, така както съм ги видял в годината на смъртта му, като рецензент в неговия конкурс за професор.

Иван Проданов е роден през 1935 г. в с. Керека. Средното си образование получава в Габрово, където се дипломира през 1954 г. Завършва математика в Софийския университет през 1959 г. Остава за една година като хоноруван асистент, а от 1960 до 1963 г. е аспирант в БАН с научен ръководител проф. Я. Тагамлицки. През 1963 г. става редовен асистент в Софийския университет в катедрата по диференциално и интегрално смятане с ръководител Я. Тагамлицки. От 1964 до 1967 г. е командирован във Висшия педагогически институт в Пловдив. След завръщането си през 1967 г., защитава дисертация за получаване на научната степен "кандидат на физико-математическите науки" по функционален анализ на тема "Изпъкнали пространства" и е избран за доцент по анализ в същата катедра. През учебната 1967-68 г. е на специализация в Московския университет, а през 1971-72 г. – в Манчестерския университет. От 1971 г., след извършената интеграция между Математическия факултет и Математическия институт на БАН, преминава на работа в сектора по топология и математическа логика към Единния център по математика, а след разделянето му през следващата година остава в сектора по топология. През 1980 г. защитава дисертация по топология.за получаване на научната степен "доктор на науките" на тема "Компактни представяния на алгебри". Поради активно демонстрирани принципни позиции по методите на ръководство на науката и преподаването в Единния център е отстранен (заедно с автора на тези редове) от сектора по топология, но е поканен от проф. Я. Тагамлицки в сектора по реален и функционален анализ. Въпреки, че беше великолепен математик и преподавател , в последните години от живота си, той беше елиминиран от всякакви научни съвети и любимите му лекции по анализ му бяха отнети, а той беше най-блестящият лектор в тази област. На 24 април 1985 г. Иван Проданов внезапно почина. Към датата на смъртта не бяха постъпили всички рецензии по конкурса за професор, в който той беше единствен кандидат. Поради това тази процедурата бе проведена след това.

Следващите редове за творчеството на Иван Проданов са взети от рецензията ми за професурата му, която предадох на 5 март 1985 г. Списък на публикациите му може да се намери във Физико-математическото списание (бр. 27, 1985, стр. 351–355) в статия на проф. Т. Генчев. В този списък има някои неточности. Допълнения към него са направени в превъзходната статия на проф. Димитър Скордев, публикувана в книгата "Български математици," Нар.просвета, София., 1987, стр. 287-284. Бих искал да поправя списъка на Т. Генчев, в това, че статията "Неравенство на Бернули" не е самостоятелна, а е съвместна с автора на настоящата статия.

Преподавателската дейностна на Проданов беше изключително плодотворна. Четеше спецкурсове по десетина твърде различни математически дисциплини. Водеше семинари , работеше по студентските и ученическите олимпиади и конкурси, по ТНТМ, четеше лекции и доклади пред ученици и учители, пишеше рецензии за книги и за различни конкурси, превеждаше научна литература, участваше в научни и редакторски съвети. Едно съществено продължение на устната му педагогическа дейност са неговите книги. В това отношение той е може би най-плодовитият български математик. Неговите книги са многобройни и разнострании, предназначени за учители, студенти, ученици, учени. "Принципът на Дирихле", "Първи стъпки в анализа" отдавна придобиха широка популярност и са четени и ценени не само от ученици и учители. Както чрез лекциите си, така и чрез книгите си той заразява със своя ентусиазъм и силно въздейства с дарбата си на талантлив оратор и писател.

Трима аспиранти на Проданов защитиха кандидатски дисертации, но те са малка част от учениците и сътрудниците му, които бяха подтикнати от него да направят първите си стъпки в науката и преподаването ѝ, а също така да продължат успешно по-нататък.

Правеха впечатление голямото многообразие на интересите и познанията на Иван Проданов, които съвсем не бяха ограничени в областите, където имаше научни приноси, а също така способността му бързо и изящно да довежда слушателя до интересни резултати и проблеми. Впрочем, в това отношение той е един от най-последователните ученици на проф. Тагамилицки.

Към педагогическата му дейност трябва да спомена и за другите му обществени дейности във факултетното и профсъюзно ръководство, будната му гражданска съвест и позиции напр. по въпросите на методологията и организацията на образователното дело. Нека не забравяме, че твърде успешната поредица "Алеф" на изд. "Народна просвета", е до голяма степен негово дело.

Спряхме се така подробно на тази страна от облика на Проданов тъй като самият той разглеждаше своята дейност извън математическото творчество като не по-малко важна Основните приноси на Проданов бяха в областта на топологията, анализа и алгебрата, преподаването на математиката и популяризирането ѝ. Научните му интереси бяха значително по-широки: математическа логика, диференциални уравнения, комбинаторика и други.

Ще се спрем по-подробно на творчеството му.

Статиите [1], [2] и [3] са тясно свързани помежду си. Първите две от тях са изработени през 1962 – 63 г., по времето, когато Проданов беше аспирант и са част от кандидатската му дисертация. По това време проф. Тагамлицки бе въвел едно обобщение на понятието изпъкналост, което му даде възможност да обобщи някои резултати от линейната топология и в частност теоремата за отделяне на дизюнктни изпъкнали множества с хиперравнини (вж. Изв. на Мат. Инст., т. VII, 1963 г.). Оказа се, че този подход към изучаване на отделимостта не е нов, а е открит от Дж. Елис десет години по-рано. През 1984 г. излезе монографията на В. П. Солтан върху аксиоматичната теория на изпъкналостта. Там Тагамлицки и Проданов са цитирани, но сериозен пропуск на монографията е, че авторът не е успял да открие най-интересното, писано от тях по разглежданите въпроси.

Тази загуба на приоритет от страна на Тагамлицки не се отрази върху [2] ([1] е само предварително съобщение), тъй като Проданов бе обогатил теорията на изпъкналостта чрез въвеждането на многозначни оператори от специален вид и по този начин извършваше отделяне с хиперравнини, инвариантни относно такъв оператор. Така той получи по-общи теореми за отделимост и достигна до по-интересни приложения в линейните топологични пространства.

Части от [1, 2] са преповторени от Пренович и Янтосияк (вж. Journal für reine und angew. Math., 1972, **257**, 100–128), от Браянт и Уебстър, от Бер (вж. Journal of Math. and Appl., **37** (1972), 206–215, **43** (1973) 321–327 и **49** (1975), 696–704). Във всички тези случаи приоритетът на Проданов е очевиден и безспорен.

Почти 20 години по-късно Проданов се връща към тази тематика в [3]. Теоремата за отделимост тук приема окончателна форма и то в една съвсем обща ситуация. По същество Проданов разглежда две "спрегнати" изпъкналости в едно пространство и отделя две дизюнктни множества, едното изпъкнало относно едната, а другото – относно другата изпъкналост, с хиперравнина така, че двете полупространства да са изпъкнали, всяко относно съответната изпъкналост.

Тук се изследват и влаганията на такива пространства с две изпъкналости в специални пространства. В частност, доказва се, че съществува дистрибутивна решетка L, в която може да се потопи равнината $\Re^2$ така, че ако ab е отсечка в $\Re^2$, то $ab = \{x \in \Re^2 : x \subset a \cup b\} = \{x \in \Re^2 : x \supset a \cap b\}$. Статията [3] е синтез на топологични и алгебрични методи.

Този цикъл статии – [1, 2, 3] – показва научната дейност на Проданов в развитие, разширението на интересите и ерудицията му, увеличаване иа математическата му познания, постоянството при преследване на целта.

Интересите на Проданов към теоремата на Стоун–Чех за съществуване на единствено максимално компактно разширение βX на произволно напълно регулярно топологично пространство X (т.е. такова компактно разширение, върху което се продължава всяко непрекъснато изображение от Xв компакт) датират от най-ранните години на творчеството му – от 1966 г. От този период са статиите му [4] и [5], включени в докторската му дисертация. Всъщност, те са по-близки до следния аналог на теоремата на Стоун–Чех, доказан от А. Вайл: На всяка топологична група G може по единствен начин да се съпостави компактна група $\bar{G}$ и непрекъснат хомоморфизъм (представяне) $y : G \to \bar{G}$ така, че хомоморфният образ на G е навсякъде гъст в $\bar{G}$ и всяко представяне f на G в компактна група се продължава върху $\bar{G}$.

В [4] и [5] тази теорема на Вайл е обобщена така, че от обобщението следва теоремата на Стоун-Чех. Това обобщение се отнася за универсални топологични алгебри, които обобщават и топологичните пространства и топологичните групи. Универсална топологична алгебра – това е топологично пространство, в което е зададена произволна фамилия от многоместни непрекъснати операции, всяка от които може да зависи и от краен брой скалари – елементи на някакво друго топологично пространство. По естествен начин се обобщава дефиницията на представяне и Проданов доказва за универсални топологични алгебри теореми, аналогични на теоремата на Вайл.

Във въпроси от този род важна роля играе следното обобщение на понятието непрекъсната периодична функция: функцията $f(x)$, дефинирана и непрекъсната в $\Re$, стойностите на която са комплексни числа, се нарича почти-периодична, ако от всяка редица $f_{\alpha_1}(x), f_{\alpha_2}(x), \ldots, f_{\alpha_n}(x), \ldots$, където $f_\alpha(x) = f(x+\alpha)$, а $\{\alpha_n\}$ е произволна редица от реални числа, може да се избере равномерно сходяща подредица. Всяка почти периодична функция може да се апроксимира равномерно с периодични функции, а именно – с линейни комбинации на функции от вида $e^{i\lambda x}$, където $\lambda \in \Re$, а $i = \sqrt{-1}$. Това е основната теорема за почти периодични функции. Понятието почти периодична функция по естествен начин е пренесено в топологични групи и е основен инструмент при изучаването на някои въпроси в тях. Проданов въвежда почти периодични функции в топологичните универсални алгебри и ги използува с успех в [4, 5]. Съществените резултати от [4, 5] са повторени от де Вриз цели десет години по-късно (вж. Proc. Forth. Praque Top. Symp., 1976 и Proc. Symp. Amsterdam, 1978).

Петнадесет години по-късно Проданов се връща към универсалната топологична алгебра в [6]. Добре известно е, че ако X е хаусдорфово компактно пространство, то за всяка двойка точки a и b на X съществува непрекъсната функция $f : X \to [0.1]$, която разделя a от b, т.е. $f(a) \neq f(b)$. За хаусдорфова компактна група G е валидно аналогично твърдение (Петер и Вайл), но там разделянето може да се извърши с непрекъснат хомоморфизъм $\chi : X \to S^1$ (характер) на X в окръжността S^1 снабдена с обичайната групова топология. Ако X е хаусдорфов компактен пръстен, отделянето може да се извърши чрез непрекъснат хомоморфизъм в някакъв краен топологичен пръстен. В тези три примера X е произволно пространство от някакъв клас $\Im$ и разделянето става чрез непрекъснати изображения от X в представител на някой подходящ подклас M на $\Im$, състоящ се от компактни пространства, при което изображението е съгласувано с алгебричните операции (морфизъм) ако такива има.

В [6], част от докторската дисертация на Проданов, е реализирана тази обща идея, като $\Im$ е многообразие от универсални топологични алгебри от един и същи тип, т.е всеки две имат равномощни съвкупности от n-местни операции за всяко $n \in N$ и елементите на $\Im$ са всичките такива алгебри, удовлетворяващи дадено множество от тъждества. Проданов показва, че класът $\Im$ винаги съществува и дори съумява да го избере така, че представителите му да имат разумно ограничени топологични тегла.

По такъв начин Проданов създава универсална конструкция и внася ред в многобройни изследвания, които бяха схващани като отделни и независими.

Освен всичко друго, тези резултати имат определен методологичен интерес. Това е типично за цялото творчество на Проданов: той не се ограничава с пробиви при решаване на частни проблеми, но се стреми и да обхваща идейно и цялостно факти, до него считани за несвързани. Явно е, че в този стремеж прозира задълбоченият методологически мироглед на автора.

Приблизително по това време (1981 г.) излиза и друга една работа на Проданов [7], в която се съдържа елементарно доказателство на теоремата на Петер и Вайл, спомената по-горе. Тава доказателство е независимо от теорията на хилбертовите пространства и теорията на интеграла на Хаар и дава възможност за елементарното му въвеждане и доказателство на основната теорема за почти периодичните функции (върху компактна група), за която споменахме по-горе, а също така за елементарно доказателство за двойствеността на Понтрягин (съгласно която всяка локално компактна група е топологично изоморфна на групата на характерите на своята група от характерите).

Статията [7] безспорно отново отразява стремежа на Проданов да изчисти лекциите си от всякакви странични неща и да ги направи пределно прозрачни.

В [8] се съдържа елементарен пример на хаусдорфова абелова топологична група без нетривиални характери, построен с помощта на остроумна конструкция, основана само на дефиницията на група. До тази работа на Проданов аналогични примери се строяха с използване на функционалния анализ. Това постижение на Проданов е изрично отбелязано в Handbook of set theoretic topology (стр. 1188).

Свързана с преподаването по алгебрична топология е статията [9], представена тук за първи път. Тя е от 1974 г. и е написана съвместно с Г. Чобанов и Я. Кинтишев. Посветена е на важното за аксиоматичната теория на хомологиите и кохомологиите понятие "степен на изображение". То се въвежда и изследва аксиоматично за произволна екстраординарна теория на хомологиите и кохомологиите (без аксиомата на Стийнрод и Ойленберг за размерността). Изложението не използува хомотопичната класификация на изображенията на n-мерната сфера в себе си.

А сега да спрем вниманието си на [10]. През 1970–71 г. ръководехме съвместно с Проданов семинар по топология, на който решихме следната задача: ако $f : X \to \sum$ е изображение на подпространство X на хилбертовия куб I^{N_0} в множеството $\sum$, със зададена в него рефлексивна и антисиметрична наредба, то множеството $f(M)$, където M е съвкупността от точките на локален екстремум, е изброимо. В [11] Проданов доказва по аналогичен начин следния аналогичен резултат: Ако D е множество от точки, в които реалната функция f има производна 0, то $f(D)$ има мярка на Лебег, равна на 0. В [10] последният резултат е обобщен за функции от $\Re^m$ в $\Re^n$, $m \leq n$, като по този начин е получено уточнение на теоремата на Сард, в която се иска допълнително $f \in C^1$. Това усилване е важно в идейно отношение, тъй като показва, че всякакви изисквания за f са излишни. При това доказателството е съвършенно различно от това на Сард.

Връзката на [12] с преподаването на Анализ I е очевидна. Добре известно е, че именно принципът за непрекъснатост отделя полето на реалните числа измежду всевъзможните наредени полета. В две мои статии (методически), излезли в "Обучението по математика" в кн. 1 и 2 от 1976 г., приведох 33 основни твърдения от класическия анализ, всяко от които е еквивалентно в произволно наредено поле на принципа за непрекъснатост. Проданов в [12] изучава наредени полета (нарича ги метареални), в които е в сила следното твърдение, по-слабо от принципа за непрекъснатост: всяка непрекъсната функция $f : F \to K$ дефинирана в ограничено и затворено подмножество F на нареденото поле K, е равномерно непрекъсната. Доказано е, че всяко наредено поле може да се потопи в метареално. Изучава се структурата на метареалните полета.

Впрочем, интересът на Проданов към преподаването на реалните числа си проличава още от книгата му [13], написана съвместно с проф. Ив. Чобанов през 1974 г., а също така и в съвместния му с Ив. Чобанов превод на една превъзходна статия на ван Осдол по нестандартен анализ (вж. Физ. мат. списание, 1973 г., кн. 4).

[14, 15] представлява двутомен курс по функционален анализ. Лекции по функционален анализ Проданов е чел дълги години в нашия факултет, а също така в Пловдив и Шумен. Най-интересен в тази книга е аксиоматичният подход към абстрактното лебегово интегриране. Този подход се основава на средства от функционалния анализ. В основата му е поставена идеята за пълнота и в това отношение се чувствува влиянието на проф. Тагамлицки от лекциите му още през 50-те години. Би трябвало изрично да се отбележи §10 на гл. 6, в която е дадено описание на лебеговите разширения на произволно пространство на Даниел. В цялата книга Проданов проявява голямо майсторство в използването на аксиоматичния метод и тази книга безспорно силно се различава в много отношения от многобройните курсове по функционален анализ.

Най-забележителните постижения на Проданов са в областта на минималните групови топологии.

Една групова топология в групата G се нарича минимална ако е хаусфордова и не се минорира от различни от нея хаусдорфови групови топологии в G. Очевидно всяка компактна групова топология в G е минимална. Съществуването на некомпактни минимални топологии в някои групи съвсем не е тривиален факт, тъй като не може да се констатира с помощта на лемата на Цорн (точната долна граница дори на добре наредена по включване система от групови хаусфордови топологии в G е групова топология в G, но може да не бъде хаусфордова). Първи установиха съществуването на минимални групови топологии Стивънсън през 1971 г. и Д. Дойчинов през 1972 г. Врочем, Проданов се заинтересува от минималните групови топологии под влияние на резултата на Дойчинов, тъй като по това време работата на Стивънсън не ни беше известна.

Нека Z е адитивната група на целите числа, а p е просто число. Да означим с U_n множеството на целите числа, които се делят на p^n. Тогава $\{U_n\}_{n=1}^{\infty}$ е база от околности на нулата Z. Породената от тази база групова топология в е широко известна и прилагана в теорията на числата. Нарича се p-адична топология. Очевидно тя е хаусдорфова и не компактна. Дойчинов доказа, че е минимална.

Интересно е, че тази топология е предкомпактна, т.е. краен брой транслации на всяка околност U_n покриват цялата Z. Още през 1973 г. на Проданов бе ясно, че обемът на изследване подлежи на разумно ограничаване и той си постави за цел да изучава преди всичко минимални предкомпактни групи. Но през всичкото време се вълнуваше от въпроса съществуват ли абелови минимални групи, които не са предкомпактни.

Едва през 1983 г. т.е. 10 години след появата на първата му работа по минимални групи, Проданов, съвместно със своя аспирант Л. Стоянов, доказаха [17] следната забележителна теорема: всяка минимална групова топология в абелова група е предкомпактна! Трябва да отбележим, че това е една от последната му работи. Да се спрем на някои по ранни резултати на Проданов, които я подготвят. В някои от тях са доказани само частни случаи на тази теорема. Но трябва да вземем предвид, че някои от теоремите, за които ще говорим по-долу, благодарение на тази теорема приемат окончателен вид. Това ще отбелязваме изрично в текста само в изключителни случаи, тъй като се подразбира от само себе си.

В първата си работа от таза област [16], излязла през 1973 г., Проданов успява да сведе изследването на минималните групови топологии в една абелова група към изследване на групата от характерите ѝ, като установява естествено еднозначно-обратимо съответствие между минималните предкомпактни топологии в абеловата група G и минималните групи от непрекъснати характери иа G, разделящи точките. Тази идея се оказа изключително плодотворна.

С нейна помощ аспирантът му Д. Дикранян доказа, че освен p-адичната топология няма други минимални (предкомпактни) топологии в $\mathbb{Z}$.

Друго приложение се съдържа в самата статия [16], където е доказано, че ако E е линейно топологично пространство, то в адитивната му група няма (предкомпактна) минимална топология, по-слаба от линейната топология на E. В частност, топологията на $\Re$ не само че не е минимална, но и не може да се отслаби до минимална.

В [18] (която е от 1972 г.) се изучава връзката между минималните (предкомпактни) топологии, p-адичните числа и принципа за двойственост на Понтрягин. Такова сложно преплитане на идеи от различни области не може да не се окаже плодотворно. Основните ѝ резултати са коментирани в доклада на Комфорт и Грант на топологичната конференция в Блексбърд, САЩ през 1981 г. Този доклад е отпечатан в трудовете на конференцията. Резултат от нея е приведен и в споменатия по-горе Handbook на стр. 1244.

На тази статия ще се спрем малко по-подробно. Любопитно е например, че в адитивната група $\mathbb{Q}$ на рационалните числа няма (предкомпактни) минимални топологии.

В групата $\mathbb{Z}$ на целите числа, снабдена с p-адичната топология, за една редица от цели числа $\{a_n\}$ ще казваме, че е фундаментална, ако за всяко n може да се намери такова ν, че $a_\nu \equiv a_\mu \pmod{p^{\,n}}$ за всяко $m \geq \nu$. Като попълним по метода на Кантор, получаваме компактната група Z_p, наречена група на p-адичнте числа.

Забележителна е дадената от Проданов топологична характеристика на p-адичните числа: Z_p е единствената безкрайна компактна абелова група, всяка подгрупа на която е минимална в индуцираната топология.

В [18] са намерени всички минимални (предкомпактни) групови топологии в групата Z^n на всевъзможните наредени n-орки от цели числа с обичайната топология (при $n = 1$, както вече споменахме, това е направено от Дойчинов и Дикранян).

Статията [19] от 1973 г. хвърля мост между [4, 5, 6] и [15, 16]. Въпросът за минималните топологии се изучава тук абстрактно, за произволни универсални топологични алгебри, като се свързва с проблематиката за компактните представяния на такива алгебра. Да отбележим, че всички (предкомпактни) минимални групови топологии се пораждат от минимални компактни представяния. Като приложение са обобщени основни резултати от [10], но вече за крайно-породени модули без торзия над дедекиндови пръстени, в които идеалите имат крайни индекси.

В [20] от 1976 г., се изучават предкомпактните минимални топологии в модули без торзия над изброими дедекиндови пръстени, в които идеалите имат краен индекс. Обобщена е теоремата от [16] за минималните групови топологии в $\mathbb{Z}^n$. В частност, класифицирани са (предкомпактните) минимални топологии в групата $\mathbb{Z}^\infty$ на всички изброими целочислени редици. В никакъв случай не се касае до пренасяне по аналогия на резултати за $\mathbb{Z}^n$, тъй като тук наблюдаваме много по-сложни и принципно нови явления.

Статията [21] от 1975г. е написана съвместно с Дикранян. Основните ѝ резултати са коментирани в споменатия вече доклад на Конфорт и Грант. Тук се въвежда и изучава един подклас на класа на минималните топологични групи, който е надклас на класа на компактните групи, но не съвпада с никой от тези два класа. Става дума за тотално минималните групи: топологичната група G е тотално минимална, ако всеки непрекъснат мономорфизъм на G върху хаусдорфова топологична група е отворен.

В [22] от 1976 г. , отразена в доклада на Конфорт и Грант и в Handbook на стр. 1245, се прави първата стъпка за доказване на предкомпактността на минималните абелови групи. Основният принос е една красива и сложна индуктивна конструкция от комбинаторен характер, която дава възможност да се отслабва груповата топология на някои топологични групи, без да се губи хаусдорфовостта ѝ. С помощта на тази конструкция е доказано, че всяка тотално-минимална група е предкомпактна.

В [23] от 1977 г. се прави втора стъпка към доказване на теоремата за предкомпактност. Като се използва групата от характерите, доказва се, че всяка изброима минимална абелова група е предкомпактна.

Статията [24] е написана съвместно с Дикранян през 1977 г. Изследвани са компактните абелови групи, в които всяка нетривиална затворена подгрупа съдържа ненулеви периодични елементи. Тези топологични групи са тясно свързани с минималните: в такива групи, топологията, която се индуцира в периодичната им подгрупа е минимална (дори тотално минимална) и това, напълно ги характеризира. Доказано е, че една периодична делима група допуска (предкомпактна) минимална топология само тогава, когато е изоморфна на $(Q/Z)^n$, $n \in \mathbb{N}$.

Резултати от [24] са отразена в доклада на Конфорт и Грант.

Работа [25] от 1978г., коментирана в доклада на Конфорт и Грант, е продължение на [22]. Усъвършенствана е конструкцията за отслабване на топологията [14]. Главният принос е описанието на точната долна граница на максималните недискретни групови топологии в абелова група, а нека отбележим, че всяка максимална топология е по-голяма от коя да е минимална топология. Като приложение е доказано, че всяка минимална делима абелова група е предкомпактна.

В [26] от 1979 г се продължава развитието и прилагането на p-адичния метод към изучаване на минималните топологии. Проданов успява да се освободи от ограничението идеалите да имат крайни индекси. Ролята на пръстените на p-адичните числа (те престават да бъдат компактни) се поема от един вид компактни модули, които той нарича модули на Хензел. Тази статия може да се схваща като едно разширение на възможностите на p-адичния метод и може би създадената техника е приложима и в други случаи.

Статията [27] е обзор на изследванията по минималните топологични група до 1977 г.

Резултатите на Проданов по минимални групи също се цитират и коментират от много специалисти. Освен онези, за конто стана дума по-горе, ще споменем А. В. Архангельский и негоите ученици, известния западно-германски специалист по топологични групи В. Еберхардт и учениците му Диеролф, Шваненгел и Ремус (последните двама използват съществено в докторските си дисертации теореми и идеи на Проданов).

От споменатия вече доклад на американския професор Конфорт и канадския му колега Грант става ясно, че те считат за най-сериозни изследвания в областта на минималните групи тези, които са получени от Проданов и учениците му. Цитирам:

"Until the ground-breaking papers of Prodanov in which pre-compactness assumed a pivotal role, necessary conditions had proved more elusive.*"

Ето така в този доклад са оценени например първите му стъпки към доказване на предкомпактността в абеловите минимални групи.

В заключение съм задължен да благодаря на доц. Кр. Проданова и на Ралица Проданова за помощта при оформянето на статията.

СПИСЪК НА ЦИТИРАНИТЕ СТАТИИ И КНИГИ НА ИВАН ПРОДАНОВ

[1] Обобщение некоторых теорем об отделимости. *Докл. БАН*, **17** (1964), є 4, 345-348.

[2] Двойно асоциативни пространства. *Год. Соф. Унив., Мат. Фак.*, **57** (1962–63), 398–422.

[3] Абстрактный подход к алгебраическому понятию спектра. *Труды Мат. Инст. АН СССР*, **154** (1983), 200–206.

[4] Компактные представления непрерывных алгебраических структур. *General Topology and its relations to modern Analysis and Algebra*, vol. **2**, Proc. II Prague Top.symp. 1966, 290–294.

[5] Компактни представяния на непрекъснатите алгебрични структури. *Год. Соф. Унив., Мат. Фак.*, **60** (1965–66), 139–148.

[6] Разделение точек отделимых бикомпактных универсальных алгебрах. *Математика и математическо образование*, **10** 1981, 186–189.

[7] Элементарное доказательство теоремы Петера-Вейля. *Докл. БАН*, **34** (1981), є 4, 315–318.

[8] Elementary example of a group without characters. *Math. and Education in Math.* **4** (1980), 79–81.

[9] Degree of a mapping in axiomatic homology and cohomology theories. *Год. Соф. Унив., Мат. Фак.*, **68** (1975), 355–364.

[10] The mesure of the image of a differentiable mapping. *Год. Соф. Унив., Мат. Фак.*, **68** (1975), 349–354.

[11] Една бележка върху основната теорема на интегралното смятане. *Физ.-Мат. Спис.*, **18** (1975), 123–125.

[12] A class of ordered fields related to classical analysis. *Год. Соф. Унив., ФММ*, **71** (1976–77), 127–141.

[13] Числови системи. "Нар. Просв.", София, 1974 (съвм. с Ив. Чобанов).

[14] Увод във функционалния анализ. ч. I, "Наука и изкуство", София, 1982.

[15] Увод във функционалния анализ. ч. II. "Наука и изкуство", София, 1983.

[16] Precompact minimal topology in abelian groups. *Докл. БАН*, **26** (1973), 1287–1288.

[17] Every minimal abelian group is precompact. *Докл. БАН*, **37** (1984), 23–25 (съвм. с Л. Стоянов).

[18] Precompact minimal group topologies and p-adic numbers. *Год. Соф. Унив.*, **66** (1973), 249–266.

[19] Minimal compact representations of algebras. *Год. Соф. Унив., ФМ*, **67** (1974), 507–542.

[20] Precompact minimal topologies on some torsion free modules. *Год. Соф. Унив., ФМ*, **68** (1975), 157–163.

*"До основоположните статии на Проданов, в които предкомпактността се приема да играе водеща роля, необходимите условия се оказваха неуловими" – *Превод на редактора.*

[21] Totally minimal topological groups. *Год. Соф. Унив., ФМ*, **69** (1976), 5–11 (съвм. с Д. Дикранян).
[22] Some minimal group topologies are precompact. *Math. Ann.*, **227** (1977), 117–125.
[23] Minimal topologies on countable abelian groups. *Год. Соф. Унив., ФМ*, **70** (1977), 107–118.
[24] A class of compact abelian groups. *Год. Соф. Унив., ФМ*, **70** (1977), 191–206 (съвм. с Д. Дикранян).
[25] A class of ordered fields related to classical analysis. *Год. Соф. Унив., ФМ*, **71** (1978), 127–141.
[26] Hensel modules. *Плиска*, **6** (1983), 23–46.
[27] Минимални топологии в абеловите групи. *Мат. и Мат. обр.* **7** (1978), 107–113.

Николай Хаджииванов
Софиийски Университет
Факултет по математика и информатика
бул. Дж. Баучер 5
1164 София

THE 70 TH YEARS ANNIVERSARY OF THE BIRTH OF PROF. DR. IV. PRODANOV (1935–1985)

N. Hadjiivanov

This article is devoted to the memory of the very talented mathematician and brilliant lecturer Prof. D. Sc. I. Prodanov. Exactly twenty years ago his premature death snatched him away from his relatives and friends as well as from Bulgarian mathematics. At the time of his passing, I was a referee to his Professorship procedure, which gave me an opportunity for insight into this extraordinary man. I am privileged to provide this brief layout of his creative contributions and especially his mathematical achievements.