

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2006
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2006
Proceedings of the Thirty Fifth Spring Conference of
the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovets, April 5–8, 2006

120 ГОДИНИ ОТ РОЖДЕНИЕТО НА АКАДЕМИК
ЛЮБОМИР ЧАКАЛОВ

Борислав Боянов

Хората на науката, както и на изкуството, оставят имената си в историята със своите най-силни произведения. Те са като откровения, родени в изблик на талант и вдъхновение – няколко страници или нотни листове, изписани на един дъх, или истини и закономерности, извадени от дълбини, до които само всепроникващия лъч на човешката мисъл може да достигне и освети. Ако това са математически открития, те остават да живеят вечно защото едва ли има нещо, създадено от човек, по-трайно от една красива математическа теорема. Тя носи през вековете името на своя създател, често заедно с една легенда или история, за да напомня, че зад загадъчните формули стои една душа, една човешка съдба. Годиците само добавят още блясък към подобни открития и легендите, които вървят с тях, стават все по-митични и по-невероятни. Чудното свойство на човешката памет да идеализира, героизира и украсява достойното, необикновенното, изгражда с течение на времето от разпилени и оскъдни данни от отминали времена образи на велики творци, на гиганти, пред които днешния човек се чувства нищожен и дребен. Кратка е историята на българската математика за да търсим в нея подобни явления. Все още живи и реални са спомените за нашите предци. Но тя, историята, вече е отсяла примера на първите, на пионерите, на строителите. Те блестят със своя талант, с чистата си любов към науката, с неподправеното чувство за дълг към страната и народа си, към първия ни Университет. Те правят първите ни сериозни математически открития, публикуват първите български научни статии в реномирани европейски издания, стават членове на чуждестранни академии, подготвят съвременни университетски учебници по математика, организират библиотека, обучават хиляди учители. За нас те са вече легенди – Кирил Попов, Иван Ценов, Любомир Чакалов, Никола Обрешков. От писаното и разказваното за тях, най-вече от техни студенти, блика едно особено възхищение, и радост и гордост, че са ги познавали.

120 години от рождението на акад Чакалов е повод да припомним неговото дело на бележит учен и преподавател, оставил дълбока следа в историята на българската математика и на Софийския университет.

Любомир Чакалов е роден на 18 февруари (нов стил) 1886 година в Самоков. Той е деветото от единадесетте деца в семейството. Баща му, завършил само килийното училище в града, бил природно интелигентен човек, който като мнозина будни българи по това време, ценял високо книгите и образованието. Изхранвал семейството си с абаджийство. Математическите наклонности на Любомир Чакалов

се проявяват още в училището в Самоков. Както често става с гениалните математици, тяхната необикновена дарба блесва при някаква случка в детските им години, която след това се разказва от родители и близки като невероятна история. Така е с Гаус, Колмогоров, Ердьош. След една подобна случка се заговорва в града за малкия Любомир Чакалов. Учителят му по математика, който нямал математическо образование, сам усвоявал материала заедно със своите ученици, и го правел с такава жар и увлечение, че запалвал и децата в решаването на задачи. Една задача от учебника затруднила и самия учител. След като се борил дни наред с нея и не можал да се справи, той обявил в училище, че дава 10 лева на този, който я реши. Сумата била доста съблазнителна – около една десета от учителската заплата. Ученикът Любомир Чакалов дава решение след няколко дни и нощи на трескава работа. И така го огряват първите лъчи на славата. Той става уважаван и всепризнат първенец по математика в училище. Това е може би първият математически конкурс с парична награда в българската история, и то с награден фонд осигурен не от държавата, а от ентузиаст. Именно заради този ентузиазъм и чиста любов към математиката си спомня Чакалов за своите първи учители с дълбока признателност. Задачата, за която стана дума е да се докаже, че сборът от трите медиани в триъгълника е по-малък от сбора на страните му. Тя е включена в днешните учебници по геометрия за седми клас. За съжаление, решението, което дава Любомир Чакалов не се е запазило. По-късно, в Пловдивската гимназия той се увлича по геометрията, покорен от логическата строгост на изложение на конструктивните геометрични задачи. Набавя си учебници и сборници, най-вече от руски автори, с материал извън училищната програма и чете с увлечение. От руския учебник по алгебра на А. Давидов научава за полиноми от по-висока степен, за Нютоновия бином, за решаване на кубични уравнения. Горещото му желание е да учи математика в Софийски университет, но баща му няма възможност да го издържа. Все пак мечтата му се сбъдва, след като един от братята му предлага да отделя от скромните си средства и да го издържа. Щастлив 18-годишният Чакалов тръгва пеша от Самоков с 14 лева в джоба и изминава 60 километра до София за да се запише за студент. Това е една история, която винаги ще се разказва. Тя ни дава ясна представа за човека Чакалов, защото е показателна за целия му живот по-нататък, предопределен от таланта, който носи в себе си, от ентузиазма и желанието да учи. Тази картина е достойна за лого на зората на българска математика – един беден младеж, с торбичка на рамо, хвърчи от радост по 60 километровия път Самоков – София, окрилян единствено от поривите на таланта и едничката любов към математиката.

Студентските години на Чакалов минават както при повечето студенти в немотия, учене и работа. Той дава уроци за да се издържа. През 1907 година, сред временното закриване на Софийския Университет, той учи в Загреб и Белград. Един от неговите преподаватели в София е Емануил Иванов – основател и Ректор на Софийския Университет, ръководител на Катедрата по Висш анализ. Хора като Емануил Иванов, които така и не получиха заслуженото за гиганското дело, което извършиха, са имали мъдростта, далновидността и волята да подпомагат и насърчават талантливите български младежи, да им намират подходяща работа и им осигуряват специализации в елитни европейски университети. Веднага след завършването на Университета, Чакалов е избран за асистент по анализ в катедрата на професор Иванов. С негово съдействие той получава стипендия за 2-годишна

специализация в Германия. Чакалов избира да замине за Гьотинген – математическия център на света по това време. Това е изключителна възможност за навлизане в съвременните математически теории. Тук той учи при Давид Хилберт, Едмунд Ландау, Херман Вайл, Феликс Клайн. В студентската му книжка от този период личат подписите на тези велики математици (виж Фиг. 1). Под влияние на Ландау интересът на Чакалов се насочва към теория на числата. По-късно, в края на 20-те години той продължава изследвания на Ландау по квадрируеми лунички и прави съществен пробив в тази стара тематика. Подробно описание на приносите на Чакалов по квадрируеми лунички и последвалите ги изследвания на други автори са описани подробно в статията на проф. Петър Русев в сборника [7]. По-късно, вече като професор, Чакалов специализира една година в Париж и Италия (Пиза и Неапол). Тук, в Неаполския университет, през 1925 година той получава докторска степен за дисертация на тема “Уравненията на Рикати”. Чакалов е участвал в множество международни математически конференции и конгреси. От 1925 година е член на Българската Академия на науките.

Академик Чакалов е публикувал около 100 научни статии в български списания, както и в чужбина – най-вече в издания на Съветската Академия, на Френската Академия, на университетите в Рим и Неапол. Характерно за творчеството на Чакалов е разнообразието на темите върху които работи и оригиналните методи, които предлага почти във всички свои работи. Малко са трудовете му, които са следствие от рутина и упорит труд. Всички те са белязани от таланта. Той се увлича по интересни, трудни задачи и успява да остави нещо свое във всяка публикация – изящно решение или оригинален метод. Той е работил в теория на числата, еднолистните функции, алгебричните уравнения, квадратурните формули, интерполиране, разделени разлики, диференциални уравнения. Основните му постижения са описани в редица статии. Част от тях са събрани в сборника “Български математици” [7]. Аз ще се спра по-подробно на една малка част от творчеството на акад. Чакалов, в областта на анализа, чиито резултати се оказват в основата на възникнали значително по-късно направления. Останали незабелязани досега, в последните години те получиха доста широка известност сред специалистите по света. Става дума за трудовете му по Гаусови квадратурни формули [14] и по разделени разлики [13].

През 1814 година Гаус построява своята знаменита квадратурна формула

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \sum_{k=1}^n a_k f(x_k),$$

която използва само n стойности на функцията, а интегрира точно всички алгебрични полиноми от степен $2n - 1$. Тази най-висока алгебрическа степен на точност я определя еднозначно и нейните възли $\{x_k\}_1^n$ са нулите на ортогоналния полином на Лъожандър от степен n . Формулата става отправна точка за развитие на теорията на ортогоналните полиноми и на цяло направление в числения анализ, което доминира като идея и сега, а именно, построяване на числени методи, които са с максимална точност по отношение на пространството от алгебрични полиноми или на други, специални класове от функции (сплайни, тригонометрични полиноми, рационални функции). Разбираемо е, че резултатът на Гаус привлича веднага интереса на много математици. Формулата е обобщена веднага от Кристофел за интегрални с тегла, Якоби дава по-просто доказателство, Марков, Чебишов, Бернщайн построяват други формули от Гаусов тип. В по-ново време, Колмогоров предложи изследване на подобни екстремални формули за интегриране, които да минимизират грешката за даден клас от функции. Тази идея води до трудни екстремални задачи, които възродиха интереса и към класическите резултати по оптимални квадратурни формули и по-специално към формули, които използват като информация не само стойностите на функцията в дадени точки, но и стойностите на нейните производни. Това са така наречените формули с кратни възли. Въвеждането на кратности води до сложна нелинейност на системата по отношение на търсените оптимални възли. Фундаменталните въпроси за съществуване и единственост на оптималните възли в конкретни класове от функции стояха дълго време като открити проблеми. Съответните аналози на тези задачи, когато се изследват формули, оптимални в класическия смисъл, в смисъл на Гаус, водят до оригинални резултати на академик Чакалов. Той е първият математик, който поставя за разглеждане екстремалната задача на Гаус за формули с кратни възли. Тя може да се формулира по следния

начин:

Нека $\nu_1, \dots, \nu_m$ са произволни цели положителни числа (кратности). Да се построи формула от вида

$$\int_a^b \mu(x) f(x) dx \approx \sum_{k=1}^m \sum_{\lambda=0}^{\nu_k-1} a_{k\lambda} f^{(\lambda)}(x_k),$$

която да има максимална алгебрическа степен на точност.

Интересен е случаят, когато кратностите $\{\nu_k\}$ са нечетни числа. Тогава максималната алгебрическа степен на точност, която може да се достигне с формула от горния вид е

$$N = \nu_1 + \dots + \nu_m + n - 1.$$

Първият въпрос, който възниква е дали изобщо съществува формула с такава степен на точност, т.е. която интегрира точно всички алгебрични полиноми от степен по-малка или равна на N . При еднакви кратности ($\nu_1 = \dots = \nu_m$) Пол Туран [15] показва, че съществува единствена екстремална формула и дава пълна характеристика на възлите $\{x_k\}$ като нули на полином от даден клас с минимална L_2 норма. Задачата в общия случай се оказва доста трудна. Тя е еквивалентна на следната екстремална задача.

При дадени нечетни положителни числа $\nu_1, \dots, \nu_m$, интервал $[a, b]$ и тегло $\mu(x)$ в $[a, b]$, да се намерят възлите $x_1, \dots, x_m$, които минимизират интеграла

$$\int_a^b \mu(x) \prod_{k=1}^m (x - x_k)^{\nu_k+1} dx.$$

Да се докаже, че екстремалните възли са строго различни, лежат в отворения интервал (a, b) и са единствени.

С много фин вариационен метод Чакалов доказва в [14] съществуването на несъвпадащи екстремални възли. Единствеността остава като открит проблем още 20 години и бе доказана през 1975 г. от италианските математици Гизети и Осицини [8] и независимо, в по-общ вид – от Самуел Карлин и Алан Пинкърс [9]. Изключително красивото доказателство на италианците е всъщност кулминацията на тази класическа тематика.

Друг принос на Чакалов, който привлече интереса в последно време е изследването му върху разделените разлики (или “нютоните частни”, както ги нарича той). През 60-те години на миналия век започна бурно развитие на теорията на сплайн-функциите. Това са на части полиномиални функции (от степен r), които имат непрекъснати производни до $(r - 1)$ -та включително. Оказва се, че сплайните имат изключително добри приближаващи свойства и са основен апарат за приближение в числения анализ. Освен това те съхраняват някои свойства на алгебричните полиноми и са обект на дълбоки теоретични изследвания. За “бащата” на сплайните се счита известният американски математик (роден в Румъния) – Исак Яков Шоенберг. Той пръв построява и изследва базис в пространството от сплайни, които имат

краен носител. Нарича ги B -сплайни. Те са неотрицателни функции, свързани са с интересни рекурентни връзки, които позволяват да се построят бързи и ефективни алгоритми за изчисляване на стойността им. Шоенберг публикува първите си работи по сплайни през 1946 и 1947 (вж. [5], [6], [11]). Много по-рано, още на световния конгрес в Осло през 1936 академик Чакалов изнася доклад, в който разглежда основни свойства на Пеановите ядра на разделените разлики. По-точно, той изследва функциите $u(t) := B(x_0, \dots, x_r; t)$ дефинирани с равенството

$$u(t) = (\cdot - t)_+^{r-1} [x_0, \dots, x_r],$$

където $x_0 \leq x_1 \leq \dots \leq x_r$ са дадени точки, а $x_+^m := \max\{x^m, 0\}$ е отсечената степенна функция. Означението $g[x_0, \dots, x_r]$ се използва за означаване на разделената разлика на функцията g в точките $\{x_k\}$. Тези функции се появяват в интегралното представяне на разделената разлика. Имаме

$$f[x_0, \dots, x_r] = \frac{1}{(r-1)!} \int_a^b B(x_0, \dots, x_r; t) f^{(r)}(t) dt$$

за всяка достатъчно гладка функция. Чакалов доказва рекурентната връзка

$$\frac{d}{dx} \frac{B(x_0, \dots, x_r; t)}{(x_r - t)^{r-1}} = \frac{d}{dx} \frac{B(x_0, \dots, x_{r-1}; t)}{(x_r - t)^r}.$$

С нейна помощ той установява, че функциите $B(x_0, \dots, x_r; t)$ са положителни в (x_0, x_r) .

Функциите $B(x_0, \dots, x_r; t)$ са точно B -сплайните, изследвани по-късно от Шоенберг и станали основен инструмент в теорията на сплайн-функциите. В обширната работа [13] Чакалов дава и други свойства и приложения на функциите $B(x_0, \dots, x_r; t)$. Между другото той намира интегралното представяне

$$B(x_0, \dots, x_r; t) = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma_m} \frac{(z - t)^{r-1}}{(r-1)! \Omega(z)} dz \quad \text{за } t \in [x_{m-1}, x_m],$$

където Γ_m е проста затворена крива, която изолира точките $x_m, \dots, x_r$ от $x_0, \dots, x_{m-1}$ и

$$\Omega(z) = (z - x_0) \cdots (z - x_r).$$

Това представяне беше преоткрито много по-късно от немския математик Майнاردус [10]. През 1982 година, в поредицата “Съвременна математика”, Том 7, на Американското математическо дружество бе публикувана книгата на Валтер Шемп [12], посветена изцяло на това интегрално представяне и неговите приложения. Там все още не се споменаваха Чакалов като автор на горната формула.

Публикувани на български език, макар и с обширни резюмета на немски, резултатите на Чакалов останаха неизвестни за международната колегия. След период на активно популяризиране на приносите на Чакалов по сплайн-функции от страна на българските математици (вж. [1], [2], [3], през 2003 година бе публикувана в Journal of Approximation Theory статията [4] на двама от водещите специалисти по сплайни в света – Карл де Бор и Алан Пинкърс, със заглавие “Рекурентните връзки

за B -сплайни на Чакалов и Попович”, в която се привеждат и коментират ранните приноси на Чакалов в теорията на сплайните.

Описаните накратко тук два примера от научните изследвания на академик Любомир Чакалов потвърждават впечатлението, че неговото творчество е плод на един оригинален математически талант, че неговият интерес се е насочвал към известни и трудни проблеми в най-различни области на математиката. Нещо повече, воден от своята интуиция и безупречен вкус към красивото, той е поставял и решавал задачи, до които чак след години достига вълната на общия математически интерес, провокиран от въпроси на развиващата се практика. Това, което е оставил Чакалов след себе си като дело, памет и творчество е ярка илюстрация на известното негово верую, за силата на истината и красотата.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] B. BOJANOV. B -splines with Birkhoff knots. *Constructive Approximation*, **4** (1988), 147–156.
- [2] B. BOJANOV, H. HAKOPIAN AND A. SAHAKIAN. *Spline Functions and Multivariate Interpolations*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1993.
- [3] B. BOJANOV. Total positivity of the spline kernel and its applications, In: *Total Positivity and its Applications* (Eds M. Gasca and C. Miccheli), Kluwer, Dordrecht, 1996, 3–34.
- [4] CARL DE BOOR, ALLAN PINKUS. The B -splines recurrence relations of Chakalov and of Popoviciu. *J. Approx. Theory*, **124** (2003), No 1, 115–123.
- [5] H. B. CURRY, I. J. SCHOENBERG. On spline distributions and their limits: the Pólya distribution functions, Abstract 380t, *Bull. Amer. Math. Soc.*, **53** (1947), 1114.
- [6] H. B. CURRY, I. J. SCHOENBERG. On Pólya frequency functions IV: the fundamental spline functions and their limits. *J. Analyse Math.*, **17** (1966), 71–107.
- [7] ИВАН ЧОБАНОВ, ПЕТЪР РУСЕВ – съставители. *Български математици*, Народна просвета, София, 1987.
- [8] A. GHIZZETTI, A. OSSICINI. Sull'esistenza e unicitat delle formule di quadrature Gaussiane. *Rend. Mat.*, **8** (1975), 1–15.
- [9] S. KARLIN, A. PINKUS. An extremal problem of multiple Gaussian nodes. In: *Studies in Spline Functions and Approximation Theory*. Academic Press, New York, 1976, 143–162.
- [10] G. MEINARDUS. Bemerkungen zur Theorie der B -splines. In: *Spline-Functionen, Vorträge und Aufsätze* (Eds K. Böhmer, G. Meinardus, W. Schempp), Mannheim-Wien-Zürich: Bibliographisches Institut, 1974, 165–175.
- [11] I. J. SCHOENBERG. Contribution to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. *Quart. Appl. Math.*, **4** (1946), 45–99, 112–141.
- [12] WALTER SCHEMPP. Complex Contour Integral Representation of Cardinal Spline Functions. In: *Contemporary Mathematics*, Vol. **7**, AMS, Providence, 1982.
- [13] L. TSCHAKALOFF. On a certain presentation of the Newton divided differences in interpolation theory and its applications. *Ann. Univ. Sofia, Fiz. Mat. Facultet*, **34** (1938), 353–405.
- [14] L. TSCHAKALOFF. General quadrature formulae of Gaussiantype. *Bulg. Akad. Nauk. Izv. Mat. Inst.*, **2** (1954), 67–84.
- [15] P. TURAN. On the theory of Mechanical quadrature. *Acta Sci. Math. (Szeged)*, **12** (1950), 30–37.

Факултет по математика и информатика
Софийски университет
Бул. Джеймс Баучър № 5
1164 София
e-mail: boris@fmi.uni-sofia.bg