

MATEMATIKA И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2012
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2012
*Proceedings of the Forty First Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovetz, April 9–12, 2012*

**ИНТЕРАКТИВНО ОБУЧЕНИЕ ПО СИНТЕТИЧНА
ГЕОМЕТРИЯ В ДИНАМИЧНА СРЕДА**

Бистра Царева

Настоящото съобщение представя възможностите и изпълнения експеримент за интерактивно обучение на студентите по синтетична геометрия в динамична среда, осигурена чрез оригиналния специализиран софтуер САМ. Този иновативен метод на обучение по геометрия подготвя бъдещите учители да пренесат съвременните методи на обучение в училище.

Разработването и внедряването на иновативни дидактически концепции е важен момент в подобряването и осъвременяването на учебния процес. Един съществен дял в това направление е разширяването на възможностите на динамичната математика, осъществимо както чрез по-голям обхват на учебните дисциплини, в които се прилагат известни и утвърдени вече динамични софтуерни програми, така и чрез създаване и прилагане на нови динамични софтуерни програми, съответстващи на конкретни и специализирани нужди на образователния процес.

Създаването на динамична среда в обучението по геометрия отбелязва бурно развитие, маркирано със Sketchpad, Cinderella, GeoGebra, Geonext, Elica и други. То е обусловено от многобройните предимства на динамичните чертежи.

Следвайки кредото на гениалния Стив Джобс *„Не е направено, докато не бъде разпространено“*, ние искаме да споделим и разпространим пред по-широка аудитория нашия принос в обогатяване на процеса на обучение по геометрия чрез засилено приложение на динамичната математика.

Ние сме убедени, че предизвикателството да се обучава по геометрия в динамична среда изисква на първо място активно участие в този процес на преподавателите във висшите училища, за да подготвят бъдещите учители да изпълнят своята мисия в училищата. Те трябва на практика да им покажат новия стил на работа, който да бъде пренесен в училищата.

Дълбоко убедени в необходимостта от осъвременяване на обучението по геометрия в университета, участниците в нашия малък колектив започнахме през 2009 г. разработване на специализиран софтуер за нуждите на учебната дисциплина Синтетична геометрия. Като резултат през 2010 г. бе защитена дипломна работа от Самет Караибрямов на тема „Едно приложение на информатиката в дескриптивната геометрия“ за придобиване на бакалавърска степен по специалността Математика и бе направено първото научно съобщение [1].

През 2011 г. бе защитена дипломна работа от Самет Караибрямов на тема „Програма САМ за интерактивно компютърно обучение по темата – Взаимно пресичане

на пирамиди и призми в аксонометрия“ за придобиване на магистърска степен по специалността Софтуерни технологии, бе изнесен научен доклад [2] и бе подготвена статия за публикуване.

През 2011 год. написахме и учебно помагало по синтетична геометрия [3]. Макар и съгласувано с учебника Синтетична геометрия [4], който ползваме, то може да се използва и самостоятелно.

Ние осъществихме интерактивно обучение по синтетична геометрия в динамична среда, осигурявайки иновативния подход с подходящ софтуер и учебно помагало.

Учебната дисциплина синтетична геометрия, която съдържа две части – проективна и дескриптивна геометрия, е много подходяща и благодатна среда за развиване на умения за използване на динамични програми. По-голямата част от задачите по проективна геометрия, както и всички по дескриптивна геометрия, са построителни. Така едновременно със знанията и миогледа, които се добиват чрез обучението по проективна геометрия, студентите се запознават със стратегията при изработване на динамични чертежи и формират умения за създаването им.

В началото бе дискутиран въпросът дали да се надгражда върху известен софтуер или да се създаде нов. Предпочетено бе да се изгради нов, за да имаме пълен достъп до кода и програмата да бъде настройвана изцяло за нуждите на курса на обучение.

Програмата CAM, написана на C#, в среда на .NET framework 4, е лека за усвояване и прилагане. Интерфейсът ѝ е компактен, лесно се чете и не изисква допълнителни часове за запознаване с него. Това е от особено значение, когато учебната дисциплина има хорариум 40 часа лекции и 40 часа упражнения. Други качества на програмата, които определиха нашия избор на софтуера, са:

1. функциите му са достатъчни за обучението по синтетична геометрия;
2. в инструментите са включени и безкрайни точки, които играят съществена роля в евклидовия модел на проективната равнина, където изпълняваме чертежите;
3. възможностите за представяне на решението, както стъпка по стъпка с отчитане на времето, така и на етапи с придружаващ ги коментар, избрани и подготвени от учителя или изобщо от потребителя, прави изработените динамични чертежи най-доброто средство за самоподготовка;
4. липсата на детайли, подходящи за удовлетворяване на други, по-специализирани потребности, го правят удобен като първо стъпало по пътя на преодоляване на психологическата бариера у студентите и особено у преподавателите за замяна на някои от класическите методи с иновативни, доказали вече предимствата си.

След проведения вече експеримент се оказа, че преодоляването на осъзнатия или неосъзнат протест у субекта срещу промяна на статуквото е по-трудно, отколкото преодоляването на трудностите в създаването на софтуера. Радостното е, че младото поколение, представено от студентите, мотивирани да получат знания, приема иновациите с лекота и любознателност.

Програмата се оказа приложима и в обучението по елементарна геометрия, изключвайки изчислителните задачи.

Учебното помагало е конструирано в две части, всяка от които съдържа съответно задачи по проективна и дескриптивна геометрия. Всяка част съдържа два раздела. Първият раздел на всяка от двете части може да се отпечата и ползва и на книжен носител. Там са записани условията на задачите, решения или упътвания на подобрени задачи, придружени с чертежи. Тази част обслужва обучението в неговите класически форми и улеснява пътя на изграждане на динамичните чертежи.

Вторият раздел на първата част предлага динамични чертежи на избрани задачи по проективна и дескриптивна геометрия и възможност да се създават динамични чертежи на други задачи, като се използва авторската програма САМ. Задачите касаят темите перспективни триъгълници и хармонични групи, проективности, хомологии, конични сечения и изобразяване на тела с основи в координатните равнини в аксонометрия.

Решаването на задачите по проективна геометрия чрез динамични чертежи има много предимства пред решаването им на хартиен носител. Някои от тях са:

1) Спестява се много време за изпълнението на чертежа, защото се преодолява неудобството някои обекти да попадат извън чертежната рамка. Движение на свободните обекти извиква на чертежа всички интересувани ни обекти. След трансформация или ротация на целия екран, разполагаме чертежа както ни е най-удобно.

2) Динамичността дава на изпълнителя на чертежа:

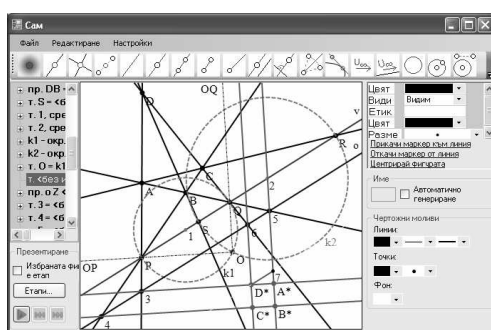
2.1) първата проверка дали решението е вярно;

2.2) възможност да се проследи функционирането на изградената конструкция за произволен обект. Това е много полезно при допълване на проективност между едноизмерими фигури (черт. 2) или при допълване на хомология, хомоложен афинитет и др.;

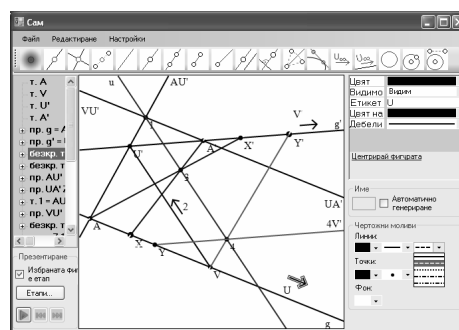
3) Провокира изследователски стил на мислене у студента;

4) Облекчава се евристичния момент в установяване на закономерности между обектите.

Например, решението на задачата „Да се намери хомология, която трансформира даден произволен четириъгълник в квадрат“, предлага безброй възможности за избор на ос, успоредна на убежната права (черт. 1). Динамичността насочва студента към връзка между положението на оста и дължината на страната на квадрата и той започва да я детайлизира.



черт. 1



черт. 2

Подготовката на динамичния чертеж за представяне на решението „стъпка по стъпка“ е елементарно, кратко и достъпно за всеки студент. Маркира се построението в текущия списък на всички построения от ляво и се кликва върху бутона „избраната фигура е етап“. Не е задължително всяко построение да бъде етап. Готовността на студента да проведе самостоятелно и процеса на подготовка на чертежа за презентация на решението на етапи с добавен коментар, означава че той задълбочено е усвоил учебния материал. В общия случай това е задължение на преподавателя. Софтуерът позволява подготовката на динамичния чертеж за представяне да се актуализира, съобразено с аудиторията.

Темата „Взаимно пресичане на тела“ е заключителна в обучението по дескриптивна геометрия. Тя обхваща голям диапазон от задачи, а ръчното изпълнение на решенията им е трудоемко и изисква много време. Тази тема е съществена в обучението по дескриптивна геометрия в техническите висши училища и тези по архитектура и строителство. Ограниченият брой аудиторни часове не позволява да се обхване цялата палитра на задачите по тази тема.

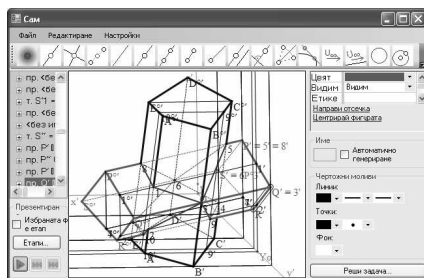
Ние създадохме образователен софтуер САМ за интерактивно обучение на студентите по темата „Взаимно пресичане на призми и пирамиди в аксонометрия“. Това е първият етап от един по-мощен проект, който цели да покрие цялата тема.

Вторият раздел на втората част предлага интерактивно обучение по темата „Взаимно пресичане на призми и пирамиди в аксонометрия“ с помощта на създадения от нас образователен софтуер САМ. Програмата позволява да се следва ръчното решение на задачите, като се използва метода на спомагателните равнини. Достатъчно е да се въведат координатите на върховете на двата многостена и програмата предлага на ползвателя пълното решение на задачата във всяка от петте популярни аксонометрични проекции (кабинетна проекция, кавалиерна и военна перспектива, увеличена правоъгълна изометрия и диметрия). То включва финалния чертеж, списък на етапите на решението с кратък коментар на по-значимите от тях и последователност на всички стъпки в решението. Накрая композицията на двата пресичащи се многостена е представена в 3D изображение. Студентът може да избере най-подходящата проекция за конкретната задача и чрез бутона за презентация да проследи построенията във всеки етап с възможност за отчитане на времето в двете посоки. За облекчение на потребителя по време на представяне, всички построения, които не участват в текущия или следващите етапи, са скрити. Потребителят е свободен да експериментира върху чертежа, манипулирайки всеки обект поотделно (да променя стил, цвят, размер) или да прилага върху целия чертеж ротация, трансляция, свиване, разтягане, мащабиране, отпечатване.

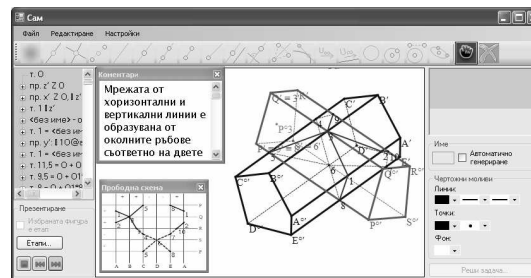
Програмата САМ и направената от нас класификация на прободните точки на околните ръбове, базирана на взаимното положение на спомагателните им равнини, са инструменти, чрез които преподавателите и студентите могат да съставят бързо и лесно не само стандартни задачи, но и по-интересни задачи, които липсват в известните сборници и учебни помагала. Потребителят може да променя координатите на някои върхове на многостените, за да получи импровизации върху дадена задача, или да състави изцяло нови задачи, включвайки цялото разнообразие на прободите, описано от нашата класификация.

Важен момент в нашия иновативен подход в обучението по синтетична геометрия, е да изведем студента от схемата „заучи и възпроизведи наученото“ и да го

насочим към изследователски и творчески стил при овладяване на новите знания.
По-долу илюстрираме два момента от действието на програмата.



черт. 3

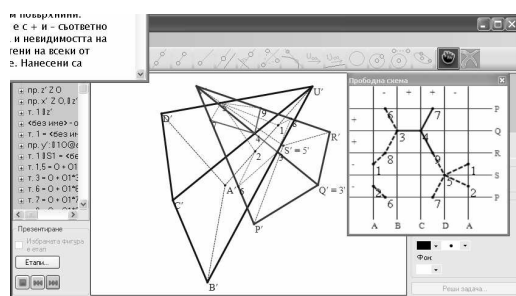


черт. 4

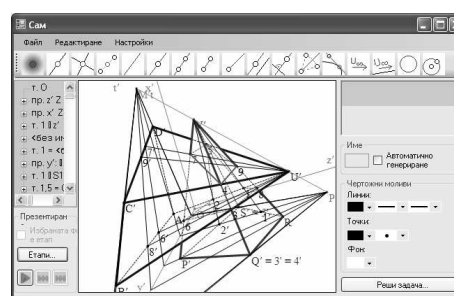
Първото изображение (черт. 3) представя финалния чертеж с всички спомагателни линии в него. Маркирането на обект, в случая на основен ръб, извиква в дясната част на екрана панела „козметика“ върху вече маркирания обект. Той касае цвят, стил, размер.

Второто изображение (черт. 4) представя предпоследния етап от презентацията, когато вече са обходени всички стъпки в решението и композицията съдържа само двете пресичащи се призми и линията на тяхното пресичане. Композицията е подготвена за последния етап – 3D изображението, където подложена на ротация, тя се разглежда от всичките ѝ страни. Бутоните на инструментите за чертане (разположени на горния хоризонтален ред) са деактивирани по време на презентация. На екрана се появяват два прозореца: горният е с коментара, съпътстващ този етап, а долният представя развита прободната схема. В конкретния случай тя свидетелства за съществуването на две допирни точки.

Следващите илюстрации (черт. 5 и черт. 6) представят две пресичащи се пирамиди, като в линията на пресичане е включена допирна точка и допирна отсечка. Прободната схема може да се покаже и веднага от списъка на етапите, без да се провежда цялото представяне.



черт. 5



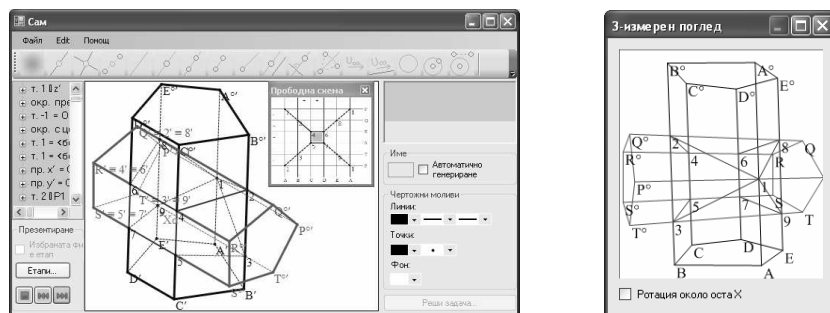
черт. 6

Новият подход в обучението по темата не само осигурява по-задълбоченото ѝ изучаване и стимулира творческата активност на студентите, но и същевременно

максимално облекчава условията на всеки негов етап – подготовка на преподавателя, преподаване, научаване, самостоятелна работа на студентите.

Към учебното помагало по синтетична геометрия е добавена и трета част: Ръководство на потребителя.

Към папките на вторите раздели отворихме подпапки за студентско творчество. Тази учебна година обучавахме до сега три курса: Математика – IV, Физика и математика – IV, Математика и информатика – II на филиала в Смолян. Курсовете са малки и общият брой на студентите бе около 25. Предстои да се обучават бъдещите учители – студентите от втори курс на специалността Математика и информатика. Липсата на достатъчно подготвени асистенти или такива, които могат и искат да се подготвят, за да откликнат на предложеното предизвикателство, не позволи експериментът да се проведе в пълен обем. Но резултатите са обнадеждаващи, защото студентите чрез лекциите и част от упражненията усетиха облекчението да чертаят на компютърния екран и удоволствието да разглеждат и експериментират върху изготвените от тях динамични чертежи, да създават нови задачи.



черт. 7

С удоволствие ще споделим, че интересът на студентите, посещаващи занятията, се увеличи няколкократно. Те искат да работят и в междучасията, и след часовете, обсъждат по между си и с нас работата си, посещават консултациите. Резултатите при тях не закъсняха. Започна студентският принос за обогатяване на списъка на динамичните чертежи на задачи по проективна и дескриптивна геометрия в учебното помагало, на импровизации върху дадена задача от взаимно пресичане на многостени.

Друго направление за творчество на студентите е да изберат първоначално цялата прободна схема, а след това да подредят всички върхове така, че да я реализират. Тази задача е по-трудна от предходната, където се предвиждат само някои детайли от прободната схема. Пример на такава задача е даден на чертеж 7.

Учебното помагало заедно с програмата SAM [3] е закачено в сайта на ФМИ на ПУ в помощните материали и достъпът до него е свободен.

Отчитайки нашите усилия да осъвременим обучението по геометрия във висшите училища и резултатите от тях, оценяваме колко значим е проектът *Fibonacci* в този етап на развитие на образованието. Нужни са иновативни методи в обучението, но не по-малко необходима е и система за разпространение на добрите практики.

Нашият опит потвърждава констатациите, до които достигат членовете на българския екип по проекта *InnoMathEd*, отбелязани в заключението на доклада на академик П. Кендеров [5] „По време на разискванията се откриха като *най-важни въпросите: Каква компютърна среда да използваме в клас и до каква степен?* Самите участници стигнаха до извода, че няма еднозначен отговор – определящите фактори са възрастта на учениците, тяхната математическа и информатична култура. Във всеки случай, *най-важно е естеството на математическите задачи, които се решават и поставят, а що се отнася до софтуера – не името му, а стилът, в който се използва е решаващ.*“

ЛИТЕРАТУРА

- [1] S. KARAIBRYAMOV, B. TSAREVA. One application of the informatics in the descriptive geometry. REMIA, Proceedings of the Anniversary International Conference 10–12 December, 2010, Plovdiv, Bulgaria, 355–361.
- [2] S. KARAIBRYAMOV, B. TSAREVA, B. ZLATANOV. Educational Software for Interactive Training of Students on the Theme “Mutual Intersecting of Pyramids and Prisms in Axonometry”, 10th International Conference on Geometry and Applications, September 3–9, 2011, Varna, Bulgaria.
- [3] Б. ЗЛАТАНОВ, С. КАРАИБРЯМОВ, Б. ЦАРЕВА. Учебно помагало по синтетична геометрия, <http://fmi-plovdiv.org/GetResource?id=980> или <http://fmi.uni-plovdiv.bg/GetResource?id=980>
- [4] Б. ЦАРЕВА. Синтетична геометрия, Университетско издателство “Паисий Хилендарски“, Пловдив, 2010, второ издание, ISBN 978-954-423-576-5.
- [5] П. КЕНДЕРОВ. Иновации в математическото образование: европейските проекти InnoMathEd и Fibonacci. *Математика и математическо образование*, **39** (2010), 63–71.

Бистра Царева
Факултет по математика и информатика
Пловдивски университет “Паисий Хилендарски”
ул. Цар Асен 24
4000 Пловдив
e-mail: btsareva@gmail.com

INTERACTIVE TRAINING OF STUDENTS IN SYNTHETIC GEOMETRY IN A DYNAMIC ENVIRONMENT

Bistra Tsareva

The paper presents the possibilities and the accomplished experiment for interactive training of students in synthetic geometry in a dynamic environment. This innovative approach in teaching geometry prepares the future teachers to bring modern methods of training in school.