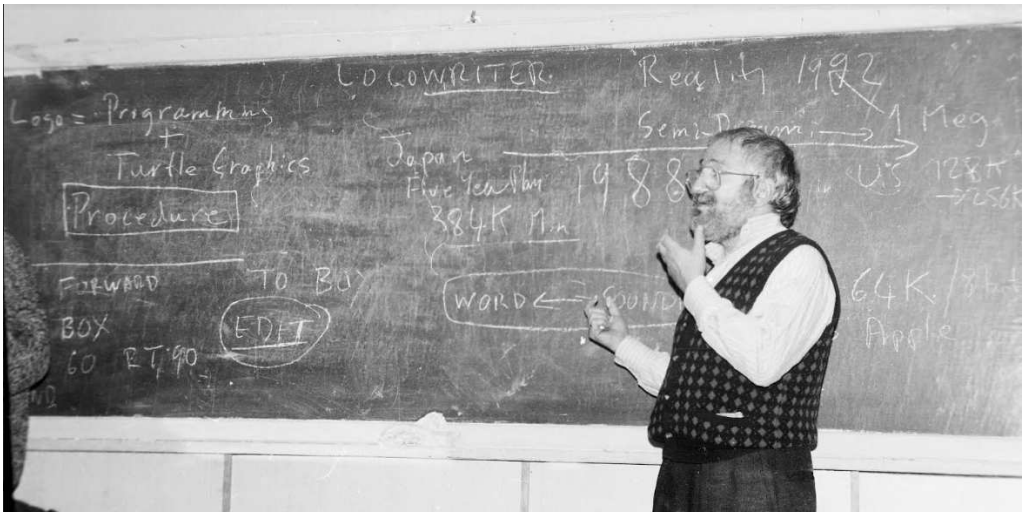
МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2017
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2017
Proceedings of the Forty-sixth Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovets, April 9–13, 2017

КОНСТРУКЦИОНИЗМЪТ КАТО ОБРАЗОВАТЕЛНА ФИЛОСОФИЯ И КУЛТУРА В БЪЛГАРСКИ КОНТЕКСТ — В ПАМЕТ НА СИЙМЪР ПЕПЪРТ

Евгения Сендова

Има огромна разлика между това, което компютрите могат,
и това, което обществото избира да прави с тях...

Сиймър Пепърт



Сиймър Пепърт (1928–2016)

1. Някои иновации в образованието като *добре забравено старо.* В последните десетилетия сред специалистите, занимаващи се с математическото образование, много се говори за изместване на акцента от натрупване на математически сръчности и техники към придобиването на определена култура. Естествено е да се запитаме какъв тип култура ще бъде това? Дали такава, която позволява само строго формализирано мислене [1]? Или ще включва способността да оценяваме шеги, трикове, метафори? При тази култура ще има ли място за идеи, които са неортодоксални или даже направо грешни в стандартната култура на професионалните

математици? Едно е сигурно, че с навлизането на компютрите в училището границите между математическата култура и културата в ежедневен смисъл се изместват и много дейности, традиционни за други природни науки (физика, биология, химия), стават елемент от математическата култура. Ключовата роля на технологиите е да се помогне на учениците да изградят, да подложат на проверка и да усвъвършенстват идеите си. За учениците става все по-важно умението да формулират оригинални идеи, за да могат по-късно да отговорят на въпроси, които днес нито преподавателите им, нито те предполагат, че ще възникнат. И този, присъщ на учените дух, който в последно време наричаме *изследователски подход* [2–7] търси своето достойно място в образованието не от днес и от вчера...

Неотдавна участвах в дискусия на тема *Иновации в образованието.* Водещата доста се изненада, като споделих мнението си, че една чудесна иновация в родното образование би била учениците да ходят с любов на училище – както е било още по време на килийните училища или в по нови времена – в училищата на *Проблемната група по образование* (ПГО), експериментирана от 1978 до 1999 г. [8, 9]. В последните години и в България, а и в световен контекст, иновациите често се свързват с т. нар. *технологии* – лаптопи, мултимедиа, интерактивни дъски и т.н. и доколко едно училище е иновативно се измерва с броя на компютрите, а не какво се прави с тях... Но моливът и хартията, тебеширът и черната дъска, дори пръчиците за чертане по пясъка също са технологии, само че (както се шегува Алан Кей) *мнозина не наричат техонология нещо, което е съществувало преди те да се родят...* (цитиран в [10] и в съкратения превод на български [11, с. 6]). Затова ще се върна 20-ина години назад, когато се опитах да систематизирам идеите на конструкционизма като образователна философия и култура [12]. С надеждата да пресъздам атмосферата на редица образователни дискусии в периода 1980–1996 г., в които се разисква какво всъщност е конструкционизмът, каква е разликата между него и конструктивизма, що е Лого, кой има нужда от него и какво показва опитът от прилагане на идеите на неговите създатели и последователи [13–33], започвам с един *полусериозен* диалог между Ахил и Костенурката (нарисувани тук от Йовко Коларов). (Срещали сте тези персонажи не само в знаменития парадокс на Зенон, но и в есето на Луис Карол *Това, което костенурката каза на Ахил* [34], както и в книгата на Дъглас Хофстадер *Гьодел, Ешер, Бах: вечната златна нишка* [35], в която по забележителен начин се прокарва идеята, *че в историята на човешката цивилизация разделението между наука и изкуство, всъщност е привидно* [36].

Да им дадем думата (впрочем *дума* е едно от значенията на *Лого*).

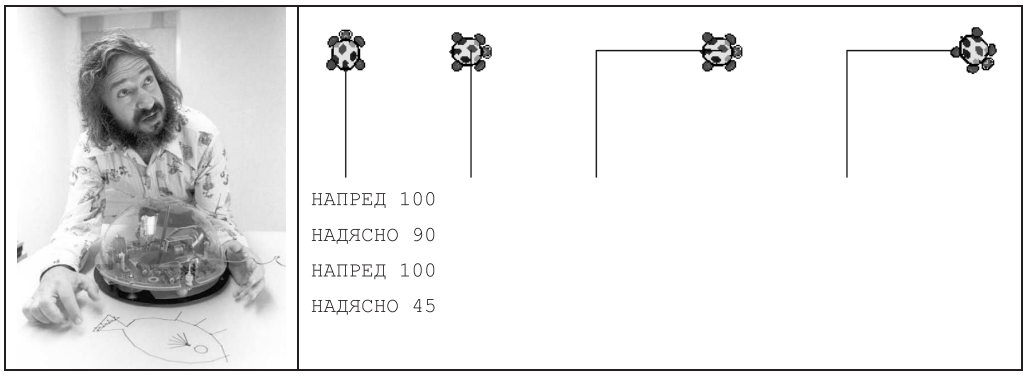
1.1. Какво каза Костенурката на Ахил този път? *Ахил:* За Сиймър Пепърт съм чувал, че е един от създателите на Лого. Какво се крие зад това понятие?

Костенурката: Името *Лого* произлиза от гръцката дума *λόγος*, което означава *дума, слово, мисъл.* Но за мен лично, това е прекрасен език. Мнозина даже свързват

Лого именно с мен – аз чертая фигури на екрана на компютъра при команди за преместване и завъртане.

Ахил: Чувал съм нещо за *костенуркова геометрия.* Това ли било то?

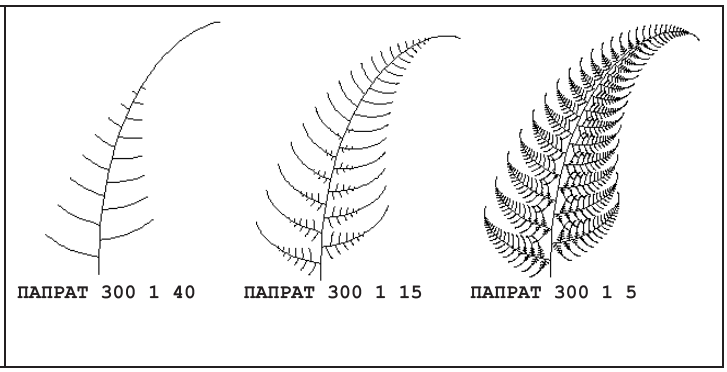
Костенурката: Ами да, костенурковата геометрия е известна още като *геометрията на двете команди НАПРЕД и НАДЯСНО*, защото чрез тях мога да начертая произволно сложна фигура. Просто влизам в ролята на робот, който държи молив, и при движението си чертае с него (фиг. 1):



Фиг. 1. Пепърт с първата костенурка-робот и виртуалния ѝ модел

Командите имат формат НАПРЕД ⟨брой стъпки⟩ и НАДЯСНО ⟨брой градуси⟩. Аналогично за командите НАЗАД и НАЛЯВО. Ако опишем последователности от такива команди като процедура, например ПАПРАТ, добавим параметри за размера на основния клон (s), посоката на наклона (d) и размера на най-малкото клонче (l) и използваме себеподобието на папратта, ще получим следната рекурсивна Лого процедура (фиг. 2, ляво). А като си играем с различни стойности на входните параметри, ще получим папратови разновидности... (фиг. 2, дясно).

```
ЗА ПАПРАТ :s :d :l
 АКО :s < :l [стоп]
 НАПРЕД :s*0.05
 НАЛЯВО 80*:d
 ПАПРАТ :s*0.3 :d :l
 НАДЯСНО 82*:d
 НАПРЕД :s*0.05
 НАДЯСНО 80*:d
 ПАПРАТ :s*0.3 (-:d) :l
 НАЛЯВО 78*:d
 ПАПРАТ :s*0.9 :d :l
 НАЛЯВО 2*:d
 НАЗАД :s*0.05
 НАЛЯВО 2*:d
 НАЗАД :s*0.05
КРАЙ
```



Фиг. 2. Лого-процедурата ПАПРАТ (ляво) и изпълнението ѝ с различни входове (дясно)

Ахил: Значи Лого е език за програмиране, така кажи!..

Костенурката: Специалистите по Лого биха допълнили тази дефиниция с *образователна философия, която най-често се свързва с конструкционизма и ученето в откривателски стил, а днес – и с изследователския подход.*

Ахил: Ясно – Лого е език за програмиране плюс философия на образованието.

Костенурката: По-близко си, но не съвсем... Дори Сиймър Пепърт смята, че дефиницията на Лого не може да бъде от типа: X *плюс* Y. Това е нещо по-цялостно и най-подходящата дума, с която Лого може да се окачестви, е ***култура***[1]. И то с **изследователски дух**, който е присъщ при работа с Лого-среди.

Ахил: В общността на специалистите по Лого много се говори за този дух. Какво по-точно се има предвид?

Костенурката: Ами например, че грешките се приемат като възможност да се разбере по-добре какво се опитва да направи човек или даже като извор на нови идеи. В този смисъл можем да говорим за Лого като компютърна среда, която е *редактор на идеи.* В такава среда идеи от различни области могат да се *материализират във вид на програма*, да се подложат на проверка и след като се получи обратна връзка, да се редактират в смисъл на *коригиране, модифициране, прецизиране, обогатяване*... Не е случайно, че ***debugging*-ът** (или *пощенето на програми*, както бе предложил да го преведем Боян Пенков) **се смята за най-великата образователна идея на 20. век** [37].

Ахил: В традиционното училище все още се държи много на това да се получи правилен (най-често един-единствен) отговор, а процесът на търсене остава на заден план. А привържениците на Лого като образователна философия всеки резултат ли приемат?

Костенурката: Не, разбира се. **Животът не се състои в това, да знаеш „верния отговор“**. Най-важното е да направиш нещо, което да ти харесва. И докато го правиш – да научиш нещо, да съчетаеш процеса на работа с възможността да разсъждаваш върху този процес и да споделяш мислите си с други.

Ахил: Каква излиза тя – **вместо да се уча да програмирам ти ми предлагаш да програмирам, за да науча нещо.**

Костенурката: Принципът *да направиш нещо и то така, че да работи*, е съществено различен от досегашните идеи за образованието.

Ахил: На това ли му казват „да станеш строител на собственото си знание“?

Костенурката: Това е в основата на конструктивизма, теория на швейцарския психолог Пиаже за това как се развива мисленето и езика на децата. Пепърт (който работи с Пиаже в края на 50-те и началото на 60-те години на 20. век в Женева) *изковава* нова дума – „конструкционизъм“, която също е свързана с основните принципи на учене и преподаване, но е не толкова педагогическа теория, колкото **предложение какво трябва да знаят гражданите на бъдещото общество**.

Ахил: За няколко години в наше време настъпват толкова изменения, колкото предишните поколения не са виждали през целия си живот.

[1] Фразите в получерен шрифт в този раздел са основни положения в Лого-културата, както са изложени в статията [11], публикувана по случай удостояването на Пепърт със званието „Доктор хонорис кауза“ на СУ „Св. Климент Охридски“, август 1999, по време на конференцията *Еврологo'99.*

Костенурката: Конструкционизмът е насочен към разрешаването именно на този проблем – **съвременните деца трябва да придобият умения, които са необходими при конструкцията на нещо ново.**

Ахил: А съвременните учители?

Костенурката: Един от най-съществените аспекти на работата с Лого е, че тази среда е много благоприятна за създаването на ситуации, които учителят никога не е срещал. По този начин той става естествен партньор на децата в учебния процес и съпреживява откритията им.

Ахил: Това прилича на определението на *изследователски подход на 4. равнище*, т.нар. *отворено изследване* [38–40].

Костенурката: Всъщност едно от най-големите предимства на работа в компютърна среда от изследователски тип е, че човек не чувства неудобство да каже на учениците си: „Не знам, но хайде да потърсим отговора заедно. . . “

Ахил: Изглежда така те имат шанс да почувстват атмосферата на изследователския процес и в науки, които традиционно в училище се приемат за закостенели, като математиката например.

Костенурката: Както казват, най-добрият начин да се научиш на дърводелство, е да чиракуваш при някой дърводелец, докато той *дърводелства.*

Ахил: Искаш да кажеш, че **най-добрият начин да се научиш как да учиш, е да учиш заедно с някого, който знае как.**

Костенурката: И понеже в традиционното училище няма много естествени ситуации, в които учителят наистина да научава нещо при работата си с учениците, Лого (и като философия, и като култура) внася нова идея – *ученикът да е нещо като чирак при учителя, който е майстор в ученето.*

Ахил: Май страхът, че компютърът ще измести учителите, се оказа неоснователен. Но вместо да облекчи работата им, той може би я усложнява.

Костенурката: Да, но истинските учители биха предпочели „интересното“ пред "лесното". Да учиш добре си е занаят и учителите трябва доста да учат в присъствието на учениците си и заедно с тях. Доста съм поживяла на този свят и съм видяла какви ли не компютърни системи. Като гледам в бъдещето, виждам много нови и още по-мощни. Но алтернативна култура на изследователския стил в образованието едва ли ще се роди скоро . . .

Ахил: Бре-е-е, да не искаш да кажеш, че създателите на Лого-философията са най-умните на света?

Костенурката: Опазил ме Зевс! Самият Пепърт твърди, че **тази философия не е никакво откритие – тя е израз на освобождаването на образованието от изкуствените ограничения, наложени от технологиите преди дигиталната ера**. Но като говорим за *информационни технологии* прекалено много наблягаме на ролята им да ни предоставят информация. Това важи с особена сила за образованието. А това, за което компютрите се използват най-вече, няма нищо общо с информацията в обичайния смисъл. Именно двете страни на новите технологии – информационната и конструкционната – карат някои автори да предпочетат термина *дигитални технологии.*

Ахил: То и в образованието може да се открои две течения – *информационно* и *конструкционно.*

Костенурката: Част от образованието наистина се състои в получаването на информация, което може да стане като четеш книга или слушаш учителя, или пък се разхождаш из страниците на Интернет. Но това е само едната му част. Другата (не по-маловажна) част е да изследваш, да правиш, да конструираш различни неща.

Ахил: И поради естеството на старите технологии конструкционната част е отстъпила първенството на информационната, така ли?

Костенурката: Нещо повече, това неравновесие се пренася и върху ролята, която повечето реформатори на образованието днес отреждат на новите технологии – да подпомагат традиционната роля на преподаването. Една чудесна метафора, на която скоро се натъкнах [41], е все едно да караш спортна кола за милиони и да крещиш: „Давай по-бързо!“, а в същото време да гледаш втренчено в огледалото за обратно виждане.

Ахил: Да, но мнозина казват, че благодарение на Интернет всеки може да бъде обучаван от най-добрия учител в света.

Костенурката: Най-добрият учител на света е този, който работи в непосредствена близост с учениците си и е техен съветник и партньор в разработването на интересни проекти. А ролята на новите технологии е да им се създадат повече възможности, в които заедно с учителя си ще се натъкнат **на мощни идеи.**

Ахил: Още нещо исках да те питам – досега сме се срещали в контекста на парадоксите и логиката. Как така се озовахме в началото на доклад за конструкционизма?

Костенурката: Ами както си спомняш, Дъглас Хофстадер ни покани да си беседваме пред всяка сериозна глава в книгата си *Гьодел, Ешер, Бах.* Сега авторката на статията е решила да ни използва като персонажи, които с лекота могат да разискват най-разнообразни теми – от *безкрайността* до *образованието.* Интересно какво ли още може да каже след нас...

1.2. Идеите на Сиймър Пепърт. След това неформално въведение в идеите на конструкционистите, да направим кратък преглед на развитието им в световен и български контекст.

Когато в началото на 60-те години на миналия век Пепърт ентусиазирано споделя идеята си, че децата ще използват компютрите като инструменти за учене, творчество, иновации, мнозина откровено му се присмиват. Идеята за персонален компютър, достъпен за всяко дете (както са били тетрадката и моливът), е звучала като научна фантастика. Но Пепърт прави задълбочени изследвания с екип от студенти от MIT в лабораторията за изкуствен интелект (1960–1980), основана от него и Марвин Мински, а по-късно – в Media Lab (1985–2000). Именно в лабораторията за изкуствен интелект в началото на 60-те години под ръководството на Пепърт се правят първите експерименти, в които деца обучават компютъра да съставя изречения и да представя математически понятия с помощта на компютърна графика. Първата костенурка е полусфера, която чертае с молив върху хартия на пода, като се движи при командите НАПРЕД и НАДЯСНО.

Лого несъмнено следва принципите на конструктивизма на Жан Пиаже, но включва нещо повече от традиционното разбиране за конструктивизъм и е по-обхватен от представата за образование. Лого-културата пропагандира стила *да накараме нещата да станат* и зад тази нагласа стои повече житейски, отколкото образователен принцип. Принципът на *реализиране на замислените проекти* е различен от пре-

обладаващите престави за образованието и Пепърт го назовава *конструкционизъм*. Този принцип съдържа идеята за *учене чрез правене на неща* (*learning by making*), от която принципът за учене *чрез действие* (*learning by doing*) е само част. Докато при конструктивизма се създават ситуации, в които от учениците се очаква *да правят открития*, но тези открития са от тип *преоткриване на колелото* (за учителя те не са новост), то конструкционизмът включва аспекти, които ще се превърнат в най-необходимите познания в съвременния свят. Ако е изправен пред реален проблем, учителят няма нужда да симулира, че не знае решението, а ще го търси в партньорство с учениците и ще има възможност да демонстрира изкуството си да решава проблеми. В такава ситуация и ученикът, и учителят трябва да дадат най-доброто от себе си. Една от най-съществените специфики на Лого като компютърна среда и култура е, че подхранва един непрекъснат стремеж за създаване на неочаквани нови ситуации, които да бъдат предизвикателство както за учениците, така и за учителите. **А когато човек се научи да приема интелектуалните предизвикателства спокойно, без да се страхува от грешките си, той ще дръзне да навлезе като творец и изследовател в много области, в които традиционното образование му е отреждало ролята на пасивен наблюдател.**

Когато Пепърт използва термина *конструкционизъм* вместо *конструктивизъм*, той прави известна аналогия с термини от типа на *кубизъм*, свързан с описанието на клас от картини и начини на художествено мислене, които не подлежат на точна дефиниция. *Конструкционизмът* според Пепърт включва това, което Пиаже разбира под понятието *конструктивизъм*, а именно идеята, че ученикът става строител на собствените си знания, без те да бъдат доставени от учителя. *Конструкционизмът* обогатява конструктивизма с идеята, че това става особено успешно, ако ученикът строи нещо, което има външен израз и може да се споделя – например пясъчен замък, програма, книга. Това по естествен начин води до образователен модел, при който се наблюдава цикъл от редуване на *интернализация на външното* с *екстернализация на вътрешното* и т.н.

Най-сериозната корекция, която Пепърт прави на теорията на Пиаже, е че формалното мислене не е стадий, а *стил* на мислене. В *Mindstorms* [15] той представя костенурката като *обект, с който можем да мислим,* и защитава тезата, че усвояването на значителна част от геометричните знания може да стане по-скоро като процес на опознаване на дадена личност, отколкото като добавяне на съждения към някаква вътрешна структура от данни. Пепърт е далеч от мисълта да отрече важността на строгото доказателство на добре формулирани съждения – за хора, които имат такъв стил на мислене, това може да е естественият път за изграждане на геометричното знание. Но за останалите (а това са повечето жертви на училищната математика) не са необходими по-ясни или по-добри формални обяснения, а концептуализация на конкретното, като се даде на обектите централна роля в мисловния процес. *Конструкционизмът* според него дава възможност да се осъществи по-демократична учебна среда, в която намират реализация различен тип индивидуални стилове на мислене. Ето някои от основните характеристики и принципи на Лого-културата, така както ги вижда Пепърт [10]:

- Ключов елемент на тази култура е програмирането;
- Децата могат да програмират от най-ранна възраст;

- Лого-културата включва култура на мисленето, която поощрява работата над индивидуални проекти и улеснява контакта с *мощни идеи*;
- За реализирането ѝ се изисква усилена творческа работа от страна на учителите;
- В основата ѝ лежи конструкционисткият подход не само към обучението, но и към живота;
- Умението да се учиш се придобива и учителите трябва да учат в присъствието на децата и заедно с тях;
- Наученото трябва да се прилага в настоящия момент, а не само да се натрупва в очакване да се използва по-късно;
- Лого улеснява интегрирането на различни учебни предмети. Езикът, музиката, математиката и изкуствата боравят със символи, образи, трансформации и операции и затова моделирането на явления от всяка от тези области става съвсем естествено, стига да се изградят подходящи *микросветове*.

Осъществяването на един проект в микросвят, основан на Лого, може да се оприличи на работата на художник – той също започва от някаква обща идея, но крайният резултат е много по-богат. Когато експериментираме с дадена формализация, можем да получим по-нататъшно прозрение или по-задълбочено разбиране на дадено явление, която на свой ред да ни доведе до нова формализация. Експериментите ни позволяват да проверим хипотезите си, да преценим кое е съществено и кое може да бъде отхвърлено. Проектът може да се разглежда в най-различни аспекти и да доведе до изследване и на нови идеи (които не са присъствали в първоначалния замисъл). Интересното от образователна гледна точка при моделиране на явления в даден микросвят е, че учениците и студентите са въвлечени не само в „решаване на проблеми“, а и във „формулиране на проблеми“, които *те* искат да решат и които са смислени за тях в конкретния контекст. Нещо повече, те могат да участват в изследователския процес, като обогатяват *инструментариума* на микросвета със средствата, които са им най-удобни за моделираното явление.

В продължение на повече от половин век Пепърт вдъхновява екипи от изследователи и дейци на образованието от всички континенти да приложат идеите му, които се приемат за революционни в три основни направления – когнитивното развитие на детето, изкуствения интелект и интегриране на учебния процес с дигиталните технологии. Последният му проект OLPC (*One Laptop per Child*) е свързан с проектирането и разпространяването на лаптопи, с които идеите на конструкционизма стигат до най-изолираните и бедни селища по света.

2. Лого-културата в българското образование. Лого се появява в България най-напред в рамките на ПГО – един интересен образователен експеримент, който прави впечатление в международен контекст с идеята да бъде създадено ново учебно съдържание от 1. до 12. клас, в което компютърът да намери своето естествено място. Да си припомним основните принципи, залегнали в този експеримент.

2.1. Образователният експеримент ПГО. *Проблемната група по образованието* (ПГО) при БАН и Министерството на образованието имаше за задача да разработи и експериментира ново учебно съдържание върху основата на следните принципи:

- интегриране на учебните дисциплини;
- учене чрез действие и откривателство.

Експериментът бе проведен в периода от 1979 до 1991 г. и обхващаше 29 училища от различни краища на България. В разработката на учебниците участваха учени от всички области, видни поети, писатели, художници, карикатуристи, музиканти. Ръководител на авторския колектив бе Благовест Сендов. Букварът (фиг. 3) и до днес буди възхищение със свежите си текстове (Валери Петров и Марко Ганчев), художественото оформление на Доньо Донев, идеите за интегриране на езика с математиката (Розалина Новачкова, Благовест Сендов и Боян Пенков).

През първите четири години информатиката бе елемент от енциклопедичното обучение – някои основни информатични понятия (*алгоритъм, кодиране, декодиране, таблица, граф, процедура, данни*) се прилагаха в разнообразни учебни дейности.

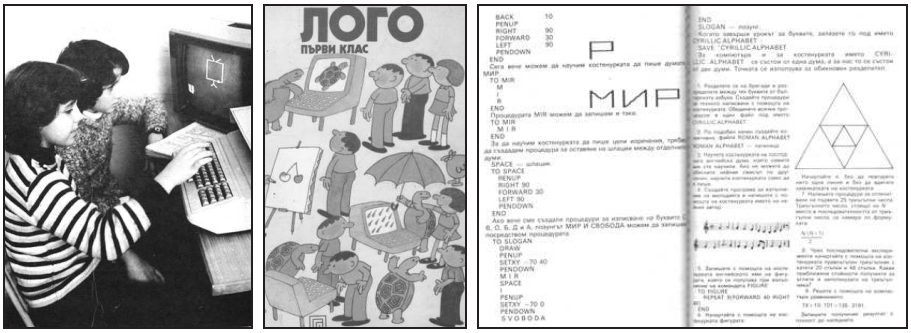
Фиг. 3. Букварът за 1. отделение на ПГО

Що се отнася до компютърните среди, една дискета със системата Лого бе подарена на Благовест Сендов лично от Пепърт на международна конференция, на която е представен новият български образователен експеримент.

В разработката на българска версия на Лого като среда и език се включват ентусиазирани млади хора – докторанти, студенти (по математика, информатика и физика), дори ученици – Румен Николов, Росен Филимонов, Огнян Гавраилов (Фогата), Георги Георгиев (Скелета), Валери Трифонов (Интеграла), Август Стоянов, Георги Карагеоргиев (Дъгласа), Веселин Тодоров, Иван Петров – всички впоследствие се реализират като изявени информатици в България, Холандия, САЩ, Австралия.

Автор на първия учебник по Лого [42] (за 1. клас по ПГО, т.е. за 5. клас) е Румен Николов, в който той успява да реализира идеята, че информатиката е естественият инструмент за интегриране на учебните дисциплини [43].

Разработените учебници и компютърни микросветове върху основата на Лого стимулираха и поддържаха изследователския стил на учене във всички класове [44]. При това бе отчетена спецификата на традиционното училище с фиксирани по време учебни занятия и сравнително големи класове, което наложи известна модификация на характерния за Лого по-свободен стил на работа, експериментиран в САЩ и Англия от екипи, включващи експерти по психология, информатика, изкуствен интелект, с групи от по няколко деца в рамките на амбициозни проекти за училища на бъдещето.



Фиг. 4. Първият учебник по Лого (за днешен 5. клас), автор – Румен Николов)

Образователният софтуер, разработен от групата по информатика към ПГО, включваше учебни игри, микросветове по музика и български език, текстови и графични редактори, прости бази-данни.

В едно от училищата на ПГО бе въведен пилотен Лего-Лого проект, в рамките на който учениците от 1. до 5. клас конструираха управляеми Лего-модели в специлно разработен микросвят (разширение на Лого с вградени процедури за управление на модели от Лего-блокчета). Проектът бе интегриран с предмета *Проектирам и конструирам*. Конструирането и управляването на различни модели и машини бе добра основа за по-нататъшната работа с компютърни модели на роботи и осигуряваше по-плавен преход от работа с конкретни към работа с абстрактни обекти.

В няколко експериментални училища се оказа възможно още в първите два класа на началното училище да се изследват образователни стратегии, в които компютърът се използваше като стимул за генериране на идеи. С помощта на основните графични команди (от българската версия на Лого) малките ученици създадоха интересни орнаменти, направиха план на класната стая и района на училището си, илюстрираха пословици, стихотворения, кратки разкази, направиха анимационни филмчета със създадени от тях образи на костенурката. Тези експерименти потвърдиха очакването, че там, където има човешки и технически ресурси, компютърът може с успех да се използва още в най-ранна ученическа възраст.

В 5. и 6. клас Лого се изучаваше систематично като елемент от интегрирания предмет *Език и математика* [45] (фиг. 5).

Тези учебници бяха разработени с идеята да се покаже общото и различното между естествените езици (български, руски, английски) от една страна, и изкуствените, от друга (математиката като формален език и Лого – като формален **и** изпълним от компютъра език). В тях бяха включени задачи за превод от естествен на формален език, алгоритмично описание на основни граматични правила, превод на основния речник на Лого на няколко езика. Някои основни понятия от информатиката (например *цикъл* и *рекурсия*) бяха представени в контекста на математиката, физиката, музиката, така че всеки ученик да бъде мотивиран да ги овладее с помощта на дейности в интересна за него област. Този подход доведе до естествена смяна на *лидерството* в отделните часове по *Език и математика* и до партньорство между ученици и учители.

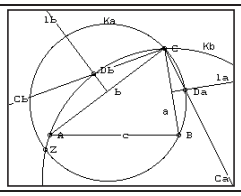
Фиг. 5. Интегрираният учебник *Език и математика* (за 5. и 6. клас на ПГО)

Освен създаването на учебници важен елемент от работата на групата по информатика към ПГО бе разработването на нови и адаптирането на съществуващи компютърни микросветове върху основата на Лого. От 7. клас до 9. клас се работеше с микросветове, специализирани за работа по евклидова геометрия, по български, руски и английски език, а в отделни училища – и по музика и рисуване.

Стратегията да се използва единна компютърна среда от началните до горните класове осигуряваше приемственост на стила на учене чрез действие и откривателство, улесняваше интегрираното обучение и даваше възможност на учениците да се концентрират върху естеството на решаваните проблеми.

Особено предизвикателство бе създаването на система, която да е в подкрепа на откривателския дух на Лого и в същото време – близка до традиционния език на евклидовата геометрия. Това бе постигнато от групата по информатика към ПГО, която разработи Система *Планиметрия*, получила по-късно международна известност като *Геомландия* [46, 47] (превод на английското наименование, *Geomland*, предложено от Едуард Фридман и Джон Мюрхед). *Геомландия* бе проектирана от Божидар Сендов. В основата на реализацията бяха Росен Филимонов и Георги Георгиев. Съществен принос за развитието и поддържането на системата имаха Веселин Тодоров, Огнян Гавраилов, Иван Петров, Николай Шолев, Светла Бойчева. Езикът на *Геомландия* е основан на Лого. Основните обекти, с които може да се експериментира, са традиционните евклидови обекти – точка, права, отсечка, окръжност и т.н. и всичко, което може да се построи с тях. Така че конструкционистката идея децата да станат *строители на собствените си интелектуални структури* намира тук съвсем конкретна интерпретация. Ето как изглежда програма в *Геомландия* (фиг. 6):

```
OB "alpha 16
OB "lb RAY MIDPOINT :b (HEADING :b)-90
OB "la RAY MIDPOINT :a (HEADING :a)-90
OB "Cb RAY :C (HEADING :b)-:alpha
OB "Db ISEC :lb :Cb
OB "Ca RAY :C (HEADING SEGMENT :C :B)+:alpha
OB "Da ISEC :la :Ca
```



Фиг. 6. Фрагмент от програма на *Геомландия* и ефектът от изпълнението ѝ

Опитът от използването на *Геомландия* в часовете по математика показа, че откривателският стил е в хармония с естествените наклонности на учениците [48]. Наблюденията на работата на седмокласници от 119. училище в София в продължение на една учебна година от страна на Мадлен Колчева са отразени в дисертацията ѝ [49]. От протоколите, в които са записани основни моменти от разговорите между учениците и учителката (Стелиана Атанасова), може да се види как се развиват уменията им да вербализират математически факти, да прецизират твърденията си, дори сами да формулират хипотези, да поставят задачи и да доказват *собствените* си теореми [50].

Освен в рамките на ПГО *Геомландия* се използваше също в математическите гимназии в София, Русе, Варна, Свищов. Организирани бяха и курсове за учители за работа с *Геомландия* в Сирия, Полша, САЩ и Турция. В книгата си [33], авторите Noss и Hoyles характеризират *Геомландия* като *мощен микросвят, настроен към конкретна област от знанието, който запазва пълната функционалност на Лого.*

Особено ценен бе приносът на членовете на създадената през 1990 г. секция *Образование по математика и информатика* в разработването на учебни ресурси на основата на Лого и *Геомландия.* Ръководителят ѝ по това време, Йордан Табов, инициира *интердициплинарен* проект на тема *Данте* [51], обединяващ идеи от астрономията, математиката, историята и литературата. В рамките на този проект Албена Василева разработи модел на Слънчевата система в *Геомландия.*

По време на пребиваването си в *Stevens Institute of Technology* (САЩ) като фулбрайтов стипендиант Любомир Давидов разработи учебни модули на тема *Геометрични трансформации с използване на Геомландия.* Години по-късно, в рамките на проекта *Fibonacci* [52] Десислава Димкова претвори тези модули с помощта на софтуера за динамична геометрия GeoGebra.

Признанието, което *Геомландия* получи и в международен контекст, стимулира разработката на няколко среди (нейни идеологически наследници), от които най-известни са Изследователска Лого система [53] и *Elica* на Павел Бойчев [54, 55]. *Elica* е последната разработка в България в традиците на Лого-културата. Тя предоставя фундамента за изграждането на сложни микросветове, настроени към различни области от знанието и изкуството.

Работата с учителите беше решаваща за успеха на новите образователни стратегии. Курсовете за учители се провеждаха през всяка ваканция и обхващаха всички участници в експеримента.

За учителите на ПГО се издаваше бюлетин *Математика и информатика*, с който до известна степен се преодоляваше проблема за изолираността, в която работеха много от тях.

Всяка година се провеждаше конференция, на която учителите и специалистите по информатика можеха да споделят проблемите, които срещат, и да потърсят заедно начини за решаването им.

2.2. Някои поуки от опита да се интегрира информатиката с другите дисциплини. Основните проблеми, които учителите срещаха през първите няколко години, могат да се резюмират по следния начин:

Около 30 ученици в клас разполагаха средно с 5 компютъра. Учителите работеха изолирано и получаваха консултации предимно по телефона, защото училищата на ПГО бяха пръснати из цялата страна. Оригиналната версия на Лого, която се

използваше в часовете по *Език и математика* с цел да мотивира допълнително изучаването на английски език, се оказа неподходяща за учителите (повече от които не владееха английски).

Интегрирането на информатиката с математиката бе особено успешно там, където часовете по информатика предхождаха тези по математика. След като бяха експериментирали с математически обекти в Лого-среда и бяха формулирали хипотезите си, учениците бяха по-добре подготвени и мотивирани да пристъпят към строгите доказателства. Такава организация обаче предполагаше да се делят класовете на две групи за часа по информатика и по някакъв друг предмет (например чужд език). При интегриране на информатиката с друг предмет най-благоприятната ситуация е двамата преподаватели да си партнират, но това невинаги бе лесно осъществимо.

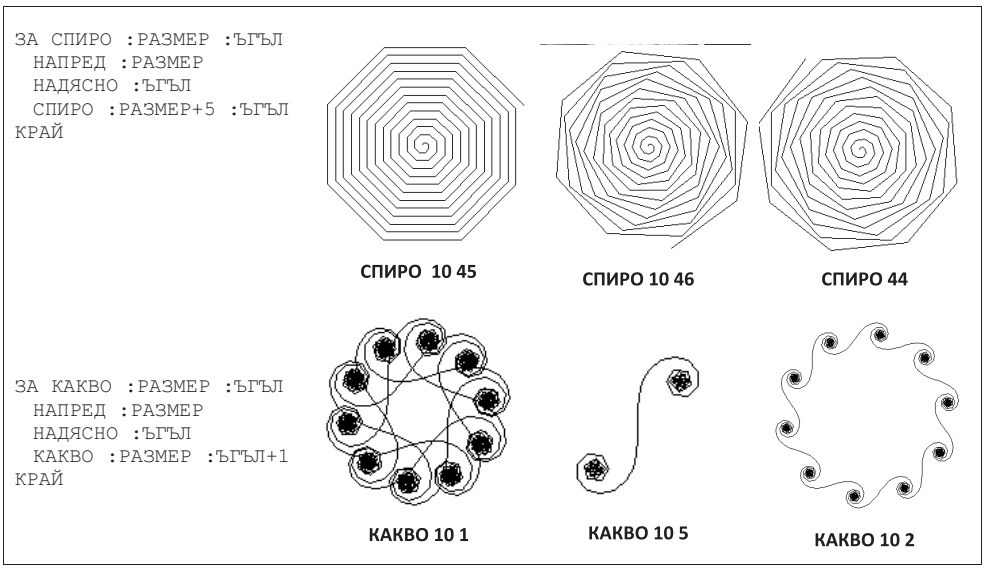
За участниците в групата по информатика на ПГО бе много стимулиращо да видят, че срещнатите проблеми не обезсърчиха учителите и че те проявяваха завидна изобретателност и творчество [28]. С изявите си по страниците на бюлетина *Математика и информатика*, с докладите си на годишните конференции на ПГО (дори на международни конференции), при многобройните срещи и разговори те бяха не обект на образователни теории, а пълноправни членове на изследователски екипи от информатици и психолози. Едно от най-големите постижения на този образователен експеримент вероятно е освобождаването и на ученици, и на учители от страха да направят грешка.

Опитът на ПГО оказа силно въздействие на няколко образователни инициативи – на училищно и на университетско равнище. Но да видим как чуждестранни експерти гледаха на този ескперимент.

2.3. Визити на експерти. Експерименталните училища на ПГО биваха често посещавани от специалисти по образование от чужбина (Великобритания, Израел, Русия, САЩ,). След посещение на 119. училище „Академик Михаил Арнаудов“ руският публицист, педагог и философ Симон Соловейчик, ме помоли да опиша ситемата ПГО с едно изречение, което не съдържа думата компютър... Моята незабавна реакция бе: *Нашите деца обичат да ходят на училище.* Соловейчик доволно се усмихна: *Благодаря, това ми стига!* Действително, моята фраза въплъщаваше цялата творческа атмосфера, в която компютрите бяха само един (но естествен) елемент от средата, в която и учители, и ученици можеха да изразят най-доброто от себе си в интегрирания учебен процес.

Друг руски педагог и психолог, Василий Давидов, посети училище на ПГО в Благоевград, ден преди обявената дата за посещение. На влизане, той дяволито се усмихна и заяви: *Знам, че пред гости ще покажете най-доброто, което имате, но аз искам да видя реалистична картина.* За момент учителката изглеждаше смутена, но бързо възвърна самообладанието си и ни каза, че по план ще правят експерименти с процедури за чертане на спирали (с параметри за размера на началната отсечка и за ъгъла на завъртане). Самоподобието на конструкциите по естествен начин доведе петокласниците до идеята за рекурсивна процедура (СПИРО).

Учениците започнаха да експериментират с различни стойности на параметъра ЪГЪЛ и получиха спирали с различна форма и ефект на усукване, като успяха да открият връзката между ъгъла на завъртане, броя на клоните и посоката на завъртането им (фиг. 7). След това опитаха как ще изглеждат спиралите при друг закон



Фиг. 7. Експерименти с различни стойности на входните параметри на рекурсивни процедури

на нарастване на параметъра РАЗМЕР, например удвояването му. Те все още не си даваха сметка, че по този начин получават графична интерпретация на артиметична и на геометрична прогресия, но експериментите им бяха чудесна пропедевтика за разбирането на тези понятия на по-късен етап.

Следващата идея (процедурата КАКВО) дойде с малка помощ от страна на учителката: *Какво ли ще се получи, ако фиксираме размера, а меним ъгъла...* Така тя подготви почвата за експерименти в природните науки, в които изследваните процеси зависят от няколко параметъра. Ефектът беше неочакван практически за всички участници – фигури от типа на интеграл, розетка от интеграли, верига от интеграли – на всеки компютър фигурата беше уникална в зависимост от избраните начални стойности на параметрите и закона на нарастването.

Гостът беше искрено изненадан и призна, че ако това се бе случило в уговорения ден, никога нямаше да повярва, че не е репетирано...

Друг посетител бе Пол Голденберг, от САЩ, който през 1989 г. участва в занятия на четвъртокласници и петокласници в 119. училище в качеството си на външен експерт. Десет години по-късно, на международната конференция Eurologo в София, той сподели следното [56]:

Обичайната тенденция да се използва Лого като играчка в началното училище и да се замести по-късно с други езици за програмиране, е нещо подобно на това да учиш един срок испански като подготовка за френски език. Като играчка, всеки език за програмиране, дори Лого, е прекалено скъпа инвестиция по отношение на времето... Роднният език е най-добър за изразяване на семантиката на една математическа идея или ситуация; алгебричният език е най-добър за изразяване и трансформиране на количествени или структурни отношения; а компютърният

език е оптимален за описване на процеси и алгоритми. Струва ми се, че това научих особено добре в София...

Особени емоции от различен характер донесе посещението на Сиймър Пепърт във 2. училище „Академик Емилиян Станев“. Бащата на Лого успя лесно да се ориентира в българската версия на езика и приятелски общуваше с петокласниците на Мирослава Бекярова (тяхната учителка). Занятието бе стандартно – учениците работеха самостоятелно върху процедури за правилни многоъгълници. На всички екрани се виждаха различни по вид и големина фигури. Само на един екран костенурката стоеше като замръзнала и не се подчиняваше на командите на детето. То погледна за помощ към учителката, но нито тя, нито аз можахме да видим някаква грешка в описанието на процедурата. Тогава смело хвърлих ръкавицата на госта ни: *Проф. Пепърт, бихте ли показали как търсите грешки в програми?* Той ентусиазирано запретна ръкави и въведе последователно командите от тялото на процедурата в командния център – никакъв ефект! Накрая сведе опитите си до най-простата команда – НАПРЕД 100. Костенурката не помръдна... Тогава Пепърт се обърна тържествуващ към нас и каза: *Проблемът е в хардуера*! (Работехме на Правец 8).

Часът завърши с приятелска беседа между Пепърт и децата. Едно момченце вдигна ръка и ме помоли да преведа въпроса му. Очаквах всякакви въпроси – за коли, за космонавти, за Холивуд, но не и този: *А вие в Щатите имате ли си толкова добра учителка като нашата?* Сигурно се досещате какво отговори той. Нещо повече, на другия ден беше пленарния му доклад на конференцията „Децата в информационния век“ и Пепърт разказа за случката, като ни напомни колко щастлива е България с такива учители...

2.4. Лого в гимназията. През 1987 г. колектив от математици и информатици написа вариант на учебници по математика и информатика от 8. до 10. клас за общообразователната система. Специфичното за тези учебници е, че те бяха създадени в духа на Лого-културата, чието положително влияние бе изпитано от учениците и учителите в рамките на ПГО. Идеите в основата на учебниците могат да се формулират по следния начин [57]:

- Да се използва Лого като алтернативен на математиката език за описание на формализми, като език за програмиране, като среда за общуване и като основа на цялостна философия на образованието, при която ученикът играе активна роля в процеса на обучение;
- Да се интегрира информатиката с другите учебни дисциплини, основно с математиката, тъй като:
  - информатиката предлага средства за задълбочено изясняване на изучаваните математически понятия и за илюстриране на възможността те да се прилагат в реални ситуации;
  - информатиката предоставя удобни средства, с които се осъществява многообразие на решенията;
  - работата с компютърни микросветове от изследователски тип (каквито са Лого и разширенията му) дава възможност математиката да се превърне в експериментална наука и *да се култивира откривателски дух у учениците*;

- Да се използват сценарии за проекти, разработвани и развивани както хоризонтално (в рамките на същия клас), така и вертикално (по класове);
- Да се разработят учебни модули в математиката, информатиката, лингвистиката и изкуството (продължение на теми от информатичното ядро), с което да се даде възможност на всеки ученик да продължи овладяването на информатиката в зависимост от интересите си;
- Да се предостави на учениците *прозрачен* софтуер чрез опростени модели на компютърни системи (т.нар. *системи-играчки*).

При малък брой пилотни училища, мотивирани учители и специалисти по информатика, работещи с тях, резултатите бяха изключително окуражаващи. Когато обаче се стигна до използване на учебниците в по-голям мащаб, осъществяването на основните идеи, заложени в тях, бе затруднено поради редица обстоятелства. Новостта да се използва език за програмиране в традиционно преподавана дотогава дисциплина се оказа твърде голямо предизвикателство за редица учители. Те предпочитаха да оставят *информатичните кътове* към учебниците на преподавателите по информатика, които от своя страна не бяха свикнали да работят по проекти-сценарии и бяха привърженици на по-систематично изложение на информатичния материал. Не на последно място като пречка е клишето (битуващо и сред родители), че *Лого е език за деца* и учениците трябва да учат по-професионални езици като C++ например.

Въпреки тези трудности учебниците бяха използвани с ентусиазъм от редица учители, които приеха предизикателството и подходиха творчески към предложените от авторите идеи. Въз основа на техния опит и препоръки бе разработен впоследствие учебникът *Информатика в стил Лого* [58].

Идеята за този учебник бе да представлява курс по информатика върху основата на Лого, който да може да се използва от 5. до 10. клас в различни форми на обучение – редовна, свободно избираема и задължително избираема. Според вижданията на авторите училищната информатика трябва да преследва две основни цели:

- Да въведе основните понятия, формални структури и методи на информатиката;
- Да запознае учениците с различни приложения на компютърните технологии в реалния живот.

Един елегантен начин да се постигнат горните цели бе да се съчетаят най-добрите страни от съществуващите крайни подходи – учениците да се подготвят за професионални програмисти или пък само за потребители на информатичните средства.

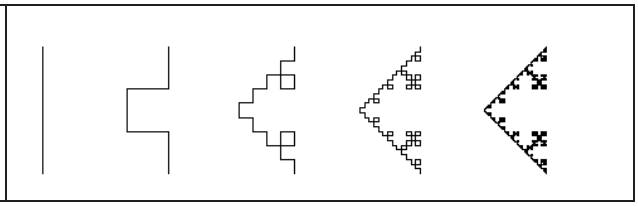
Учебникът бе структуриран в три модула в съответствие с основните стадии при изучаването на информатиката:

- *Въведение в програмирането* – в този модул се разглеждаха някои основни информатични понятия като *команда, цикъл, променлива, рекурсия, условни конструкции, булеви изрази.*
- *На по-сериозни информатични теми* – в този модул се правеше сравнение между локални и глобални променливи; същинската рекурсия се въвежда в контекста на типична рекурсивна задача в графичен, словесен и числов вариант; разглеждат се структури от данни като *списък, масив, множество,*

стек, опашка; включени са някои от по-важните информатични теми като *сортиране, търсене* и *кодиране на информацията.*

- *Още информатика и приложения* – този модул съдържаше три клона: 1) *информатика*; 2) *приложения в изкуството*; 3) *приложения в лингвистиката и естествените езици.* В първия клон бяха разработени *прозрачни системи-играчки*, които представляват опростени модели на компютърни системи като база от данни, електронни речници, електронни таблици и т.н. В началото учениците можеха да използват тези системи като *черна кутия*, за да добият представа за техните функции. По-нататък се очакваше те да се запознаят с текста на програмата, с която е реализирана съответната система, т.е. вече да я използват като *прозрачна кутия* и по този начин да се запознаят с някои основни принципи при разработването на софтуер от такъв тип. Останалите два клона бяха предназначени *за онези, които мислят, че не обичат предмета* (информатика). Когато работят в област, близка до интересите им, много ученици се чувстват мотивирани да разширят изразните си средства и това прави пътя към информатиката по-естествен за тях. Почитателите на българската бродерия имаха възможност да я моделират с последователни итерации на кривата на Кох (с квадратна чупка) (фиг. 8).

```
ЗА КОХ :S :G
  АКО  :g = 0 [НАПРЕД :s СТОП]
  КОХ :s / 3 :g - 1 НАЛЯВО  90
  ПОВТОРИ 3 [КОХ :s / 3 :g-1~
  НАДЯСНО  90]
  НАЛЯВО 180
  КОХ :s / 3 :g - 1
КРАЙ
```



Фиг. 8. Процедура за кривата на Кох (ляво) и последователни итерации при S = 100 и G = 0 до 4 (дясно)

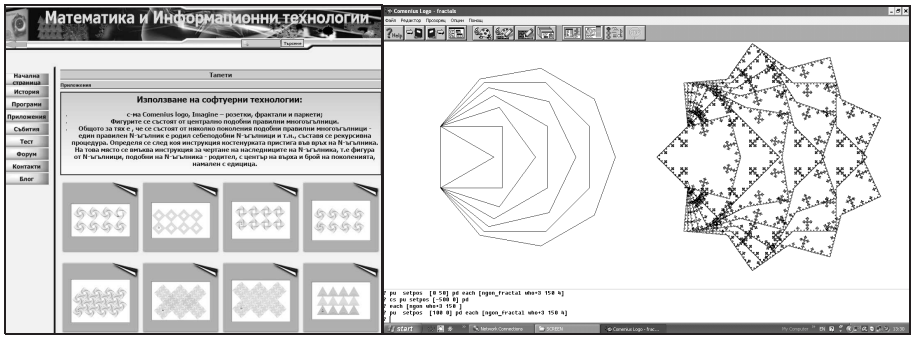
А ценителите на по-нови поетични форми, можаха да се опитат да генерират компютърни петстишия с процедура от типа:

```
ЗА ПЕТСТИШИЕ
  ИЗВЕДИ ТЕМА
  ИЗВЕДИ ОПИСАНИЕ
  ИЗВЕДИ ДЕЙСТВИЕ
  ИЗВЕДИ ДЕЙСТВИЕ
  ИЗВЕДИ ЧУВСТВО :НАСТРОЕНИЕ
  ИЗВЕДИ РЕЗЮМЕ
КРАЙ
```

```
ЗА ЧУВСТВО :НАСТРОЕНИЕ
  АКО :НАСТРОЕНИЕ - "ЩАСТЛИВО ТО ИЗХОД ЩАСТЛ.ЧУВСТВО
  АКО :НАСТРОЕНИЕ - "ТЪЖНО ТО ИЗХОД ТЪЖНО.ЧУВСТВО
  АКО :НАСТРОЕНИЕ - "ГНЕВНО ТО ИЗХОД ГНЕВНО.ЧУВСТВО
КРАЙ
ЗА ЩАСТЛ.ЧУВСТВО
   ИЗХОД ИЗБРАНОТ[[АРОМАТ НА ПРОЛЕТНА ВЕЧЕР][МОРСКА
   ШИР, ОТРАЗЯВАЩА СЛЪНЦЕТО] [СЪРЦА ТЪЙ ПРЕДАНИ,
   ПРЕКРАСНИ] […]…]
КРАЙ
```

Убеждението на авторския колектив бе, че Лого е изключително подходящ за изучаване на информатиката в средното училище поради това, че *насочва вниманието на учениците към същината на проблемите, а не към детайли на синтаксиса* [16].

Радостно е, че все още има учители, които вплитат идеите от този учебник в преподаването на информатика и информационни технологии [59] (фиг. 9).



Фиг. 9. Проекти, разработени от ученици на Кремлина Черкезова в модула *Програмиране с Comenius Logo*

2.5. Лого на университетско равнище. Положителният опит от работата с ученици и учители в Лого-среди бе пренесен и на университетско равнище. Съзнавайки колко е важна ролята на учителя в една образователна реформа, участниците в експеримента подготвиха нови университетски курсове, в които по естествен начин бе вграден духът на Лого: *Програмиране с Лого; Информатиката в училищния курс по математика; Проблемно-ориентирани езици*; *Обучение по математика в компютърни среди от изследователски тип*; *Работа в Лего-Лого среда.*

През 1993 г. във ФМИ се основа Лого-център, в който се съхраняват най-хубавите книги от световната литература по Лого и приложенията му, стотици курсови проекти и дипломни работи върху основата на Лого. Разработен бе и уебсайт с Лого-ресурси за учителите [60, 61] с използване на българска версия на Comenius Logo, среда с 4000 костенурки [32]. В тази среда костенурката не само чертае, но може да приема различни образи, което я прави подходяща за анимационен герой.

Образователните стратегии, прилагани на университетско равнище, са динамични – обогатяват се след всеки нов курс с идеи, получени от студентите в резултат на преки обсъждания, анкети и най-вече от курсовите им проекти и дипломните им разработки. Проектно-ориентираният подход, основно използван в тези курсове, свидетелства, че студентите оценяват разликата между това *да знаеш нещо*, и това, *да можеш да направиш нещо* (или според формулировката на психолозите – *между фигуративното и оперативното знание*) [62]. Нещо повече, за една истинска промяна в обучението на бъдещите учители е необходимо те да изпитат ситуации, в които ще престанат да мислят къде и как ще приложат това, което учат в момента, а ще го оценят като вълнуващо и интересно само по себе си.

Да подчертаем, че твърденията за положителните ефекти от работата с Лого имат условен характер – Лого като език за програмиране или като среда от изследователски тип не дава само по себе си гаранции, че при работа с него учениците са почвали *да правят наука или изкуство.* Наистина Лого предоставя богати възможности за творчество включително в математиката, но това става при добре обмислени задачи и проекти и при умело партниране от страна на учителите, които трябва добре да преценят кога да се намесят и по какъв начин.

От немалкия си опит от работата с ученици *от 6 до 66 години* най-ценното, което съм извлякла за себе си като преподавател е, че радостта от това, което правиш, може да бъде заразителна и че учителят, който умее да сподели тази радост

с учениците си, се чувства благословен. Затова ми се струва, че много по-важни от конкретната марка компютър, конкретния софтуер, конкретния език за програмиране, са духът и стилът на учене, стимулиращи откриването на нови неща (както от страна на учениците, така и от страна на учителите); неща, които може да се споделят с колегите и с учениците не само като завършен резултат, а като процес!

3. Заключение – *Démodé* ли е костенурката? Когато днес в България чуят думата Лого, мнозина я свързат с компютрите Правец 8 и фигурките, които са чертали: *А, имаше една костенурка, с която чертаехме квадратчета на екрана. Но тя отдавна не е на мода...*

Питам се дали са преживели магията на това, че с командите НАПРЕД и НАДЯСНО в съчетание с мощната идея за рекурсията могат да се чертаят фрактали – тези удивителни обекти, чиято дължина може да превиши разстоянието между Земята и Луната, но се събират на комютърния екран... Едва ли са моделирали явления от химията и физиката, фрагменти от естествените езици, картини на абстракционисти, мелодии...

А костенурката не е ли именно обект на мисловния процес в прочутата фраза на Пепърт: *You can't think about thinking without thinking about thinking about something* (доста приблизителен превод: *Не можеш да мислиш за мисленето, без да мислиш за мисленето като мислене за нещо...*)

Във възпоминателната конференция през януари 2017 на тема *Thinking about Thinking about Seymor* един от учениците на Пепърт, Мичел Резник, споделил, че наскоро преди това бил запитан: *Тези идеи, за които сега говорихте, не се ли пропагандираха от Сиймър Пепърт още в началото на 60-те години?* Този въпрос бил зададен с доста саркастичен тон, но Резник го приел като комплимент и отговорил простичко: *Да.* Защото идеите на Сиймър Пепърт са толкова актуални днес, както са били, когато е публикувал *Mindstorms.* В това можем да се уверим, ако разгледаме най-подробния сайт, посветен на творчеството му [63].

В светлината на толкова много дискусии за ролята на компютъра в учебния процес (като обект на изучаване, като инструмент, като учител, като програмируема среда, като среда за експерименти и изследвания и т.н.), най-същественият въпрос е *дали ще използваме компютрите, за да направим образователния процес още по-технически или* (нещо, което може би звучи парадоксално) – *по-хуманен* ...

Споделям стремежа на последователите на кострукционизма, че си струва човек да посвети усилията си да превърне визията на Пепърт за образованието в реалност, в нашия случай – не само да ги караме да обикнат математиката, а да създадем математика, в която децата да се влюбят. Така, както Пепърт си е представял МАТЛАНДИЯ – земята, в която децата учат математика така естествено, както учат родния си език ...

Благодарности. На всички колеги, ученици, студенти, дипломанти и учители, с които съм споделяла и споделям и до днес радостта си от работата с Лого и в духа на Лого – огромно *Благодаря*!

Специални благодарности на дъщерята на С. Пепърт – Артемис Пепърт за предоставените снимки.

ЛИТЕРАТУРА

[1] S. Papert. You can't think about thinking without thinking about thinking about something. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, **5** No 3/4, (2005), 366–367.

[2] Е. Сендова, Т. Чехларова. Да съживим изследователския подход в математическото образование (проектът Фибоначи в действие). *Математика и информатика*, бр. 5 (2010), 3–10.

[3] T. Chehlarova. IBME in primary schools in Bulgaria: Some examples of dynamic scenarios and their implementation in a class setting. In: Implementing Inquiry in Mathematics Education (eds P. Baptist, D. Raab), Bayreuth, 2012, 106–113.

[4] P. Kenderov, E. Sendova, T. Chehlarova. IBME and ICT – the experience in Bulgaria. In: Implementing Inquiry in Mathematics Education (eds P. Baptist, D. Raab), Bayreuth, 2012, 47–54.

[5] П. Кендеров, Т. Чехларова, Е. Сендова. Изследователският подход в образованието по математика. В: Дидактически основи на изследователския подход в обучението, Том 1, Благоевград, Универс. изд-во „Неофит Рилски“, 2014, 11–17.

[6] К. Иванова, Е. Сендова, Т. Чехларова. Българска следа в Scientix. VIII Национална конференция „Образованието и изследванията в информационното общество“, 2015, 11–20.

[7] P. Kenderov, E. Sendova, T. Chehlarova. Education in Mathematics and ICT in relation with the world of work – the last year of the Mascil project. *Math. and Education in Math.*, **45** (2016), 269–277.

[8] Bl. Sendov. Education for an Information Age. *Impact of Science on Society*, **37**, No 2 (1987), 193–201.

[9] Bl. Sendov. Towards global wisdom in the era of digitalization and communication. *Prospects*, **27**, No 3 (1997), 415–426.

[10] S. Papert. What is Logo? Who needs it? In Logo Philosophy and Implementation, LCSI (1999), V—XVI, `http://www.microworlds.com/support/logo-philosophy-implementation.html` (5.01.2017)

[11] С. Пепърт. Кой има нужда от Лого? Уводна статия към Лого като образователна философия и нейните приложения, LCSI 1999. *Математика и информатика*, бр. 4 (2000), 3–7.

[12] *Е. Сендова.* Компютърни микросветове и модели за интегриране на учебния и творческия процес, дисертация, София, 2001.

[13] E. Ackerman. Piaget's Constructivism, Papert's Constructionism: What's the difference? `http://www.learning.media.mit.edu/content/publications/EA.Piaget%20_%20Papert.pdf` (7.01. 2017)

[14] H. Abelson, A. diSessa. Turtle Geometry, MIT Press, (1980)

[15] S. Papert. Mindstorms: Children, Computers, Powerful Ideas. The Harverster press, 1980.

[16] B. Harvey. Computer Science Logo Style, Vol. 1. The MIT Press, 1985.

[17] C. Solomon. Computer Environments for Children – A Reflection on Theories of Learning and Education. The MIT Press, 1986.

[18] W. Feurzeig. Algebra Slaves and Agents in a Logo-Based Mathematics Curriculum. In Artificial Intelligence and Education (eds R. W. Lawler, M. Yazdani). Volume One: Learning Environments and Tutoring Systems, New Jersey: Ablex Publishing Corporation, 1987.

[19] E. P. Goldenberg, W. Feurzeig. Exploring Language with Logo. The MIT Press, Cambridge, MA, 1987.

[20] R. Nikolov. Integrating Informatics into the Curriculum. In: Education & Computing, North-Holland, 1987.

[21] S. Weir. Cultivating Minds: A Logo Casebook. London: Harper&Row, 1987.

[22] R. Nikolov, E. Sendova. Can the Teachers Creativity Overcome Limited Computer Resources. In: Education & Computing, vol. 4, Elsevier Science Publishers, 1988.
[23] G. Schuyten. Constructivism as a theoretical framework for Logo-based environments. Proceedings of the Second European Logo Conference (eds G. Schuyten, M. Valcke), 1989, Gent, Belgium, 30 August–1 September, 1989.
[24] B. Sendov, E. Sendova. Discovering an America of Your Own. *Mathematics & Informatics Quarterly*, **1**, No. 3 (1991), 96–105.
[25] C. Kynigos. Children's inductive thinking during intrinsic and Euclidean geometrical activities in a computer programming environment. *Educational Studies in Mathematics*, **24** (1993), 177–197.
[26] S. Papert. The Children Machine – Rethinking School in the Age of the Computer. Basci Books, New York, 1993.
[27] E. Sendova, B. Sendov. Columbus, Da Vinci or Prometheus: A New Role for the Mathematics Teacher in a Computer Environment. *Journal of Technology and Teacher Education*, **1**, No 2 (1993), 209–215.
[28] A. diSessa, C. Hoyles, R. Noss, L. Edwards. Computers and Exploratory Learning: Setting the Scene. In: Computers and Exploratory Learning (eds A. diSessa et al.), Berlin, Springer-Verlag, 1995, 1–14.
[29] N. Negroponte. Being Digital, Vintage Books, 1995.
[30] E. Neuwirth. Visualizing structural and formal relationships with spreadsheets, In: The Design of Computational Media to Support Exploratory Learning (eds A. diSessa, C. Hoyles, R. Noss, L. Edwards), Springer-Verlag, 1995, 155–173.
[31] B. Sendov, E. Sendova. East or West – GEOMLAND is BEST, or Does the Answer Depend on the Angle? In: Computers and Exploratory Learning (eds A. A. diSessa, C. Hoyles, R. Noss), NATO ASI Series, Series F; Computer and Systems Sciences, Vol. **146**, Berlin, Springer-Verlag, 1995, 59–79.
[32] A. Blaho, I. Kalas, P. Tomscanyi. Comenius Logo. Bratislava, 1996.
[33] R. Noss, C. Hoyles. Windows on Mathematical Meanings. Kluwer Academic Publishers, 1996, 63–68.
[34] L. Carrol. What the Tortoise Said to Achilles. In: The Penguin Complete Lewis Carroll, Penguin Books, 1982.
[35] D. Hofstadter. Godel, Escher, Bach: An eternal Golden Braid. Vintage Books, 1980.
[36] Г. Гаргов. Гьодел, Ешер, Бах — мета-магически спекулации. В сборника „Сказки по логика“ (съставители В. Горанко, С. Паси), дигитално издание, `https://store.fmi.uni-sofia.bg/fmi/logic/static/Skazki_po_logika-digital_edition-2011.pdf`, 2011, 136–158, (7.01.2017)
[37] P. Goodyear. Logo – a guide to learning through programming. Englans, Ellis Horwood Limited, 1984.
[38] H. Banchi, R. Bell. The-Many-Levels-of-Inquiry. *Science and Children*, **46**, No 2 (2008), 26–29.
[39] E. Sendova. You do – you understand, you explore – you invent: the fourth level of the inquiry-based learning. In: Contructionism and Creativity (eds G. Futschek, C. Kynigos), Proceedings of the 3d International Constructionism Conference, August 19-23, Vienna, Austria, 2014, 103–112.
[40] P. Kenderov. Higher Ability Students and Inquiry Based Learning in Bulgaria – the Role of European Projects InnoMathEd and Fibonacci. Proceedings of the 6-th Conference of the World Federation of National Mathematics Competitions (WFNMC), Riga, July 25–30 2010.
[41] N. Postman, C. Weingartner. Teaching as a Subversive Activity, Dell, New York, 1969, `http://kairosschool.co.za/wp-content/uploads/2011/02/Teaching-as-a-Subversive-Activity.pdf` (7.01.2017)

[42] Р. Николов. Лого. Експериментален учебник за 5. клас, София, ПГО, 1983.
[43] Р. Николов. Учебна среда по информатика. Кандидатска дисертация, София, 1987.
[44] E. Sendova. Assisting the art of discovery at school age – a Bulgarian experience. Third chapter of: Talent Development Around the World (coordinator Pedro Sánchez-Escobedo, Mérida Yucatán), 2013, 39–98.
[45] Р. Николов, Е. Сендова. Език и математика. Лого. Експериментален учебник за 6. клас, София, ПГО, 1984.
[46] B. Sendov, D. Dicheva. A Mathematical Laboratory in Logo Style. In: Computers in Education (eds F. Lovis, E. D. Tagg), Proceedings of the IFIP TC3 European Conference on Computers in Education (ECCE'88), Lausanne, Switzerland, North Holland, 1988.
[47] Geomland. `http://sunsite.univie.ac.at/elica/PGS/INDEX.HTM` (5.01.2017)
[48] M. Kolcheva, E. Sendova. Learning Rather Than Being Taught: A new Style of Studying Plane Geometry. In: Informatics and Changes in learning (eds A. Knierzinger, M. Moser), Proceedings of the IFIP Open Conference, June 7–11, 93, Gmunden, Austria, Session 2.1, 1993, 19–22.
[49] М. Колчева. Стил на обучение по планиметрия в компютризирана среда. Дисертация. София, 1991.
[50] E. Sendova. Enhancing the Scientist into the Pupil: A Computer Environment supporting Discoveries in the Classroom. In: Education and Society (ed. R. Aiken), Information Processing 92, vol. **2**, Elsevier Science Publishers B. V. (North-Holland), IFIP, 1992, 174–180.
[51] J. Tabov, J. Muirhead, A. Vassileva. Dante and the Humanities. The Teaching of Mathematics, vol. II, 1999, 31–40.
[52] Проект *Fibonacci*. `http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/archive.htm` (5.01.2017)
[53] P. Boytchev. Overview of Research Logo System. Proceedings of 8th International PEG Conference – Meeting the challenges of the new technologies, 1997, 30–37.
[54] P. Boytchev. Elica Logo and Objects. In: Proceedings of the Seventh European Logo Conference EUROLOGO'99 (eds R. Nikolov, E. Sendova, I. Nikolova, I. Derzhanski), Sofia, Bulgaria, 1999.
[55] P. Boytchev. The human impact factor in the research and development of educational software. *Serdica J. Computing*, **9**, No 3–4, (2015), 177-190.
[56] E. P. Goldenberg. Bringing Back Formal Language: A Use to Counter My Worries about Computers in the Mathematics Classroom. In: Proceedings of the Seventh European Logo Conference Eurologo'99 (eds R. Nikolov, E. Sendova, I. Nikolova, I. Derzhanski), Sofia, Bulgaria, 22–25 August, 1999.
[57] E. Sendova, R. Nikolov, D. Dicheva. Mathematics and Informatics – An attempt for Integration in the Secondary School Curriculum. Proceedings of the Third International Conference "Children in the Information Age: Human Development and Emerging Technologies", Sofia, Bulgaria, 1989, 155–167.
[58] Д. Дичева, Р. Николов, Е. Сендова. Информатика в стил Лого, Просвета, София, 1996.
[59] Математика и Информационни технологии – проект с ръководител Кремлина Черкезова. `http://www.mathinit.comeze.com/index.html` (5.01.2017)
[60] I. Nikolova. Towards VALUE – A Virtual Almanac for Logo Users and Educators. In: Learning and Exploring with Logo (ed. M. Turcsanyi-Szabo) Proceedings of the Sixth European Logo Conference, Budapest, Hungary.
[61] E. Sendova, I. Ivanov. Lifting the hood to see how something works: developing a Logo Core as a part of a web-based course for teachers. In: Proceeding of Conference on Educational User of Information and Communication Technologies (eds David Benzie, Don Passey), 16th World Computer Congress 2000, August 21–25, 2000, Beijing, China, 2000, 379–386.

[62] I. Nikolova, E. Sendova. Logo in the Curriculum for Future Teachers: A Project-Based Approach. In: Building Logo in the School Curriculum (ed. M. O'Duill), Proceedings of the 5th Logo Conference affiliated to IFIP WCCE/95, 1995.
[63] G. Stager. Planet Papert – Articles by and About Seymour Papert, `http://stager.org/planetpapert.html` (5.01.2017)

Евгения Сендова
Институт по математика и информатика
Българска академия на науките
ул. „Акад. Георги Бончев“ бл. 8
1113 София, България
e-mail: `jenny.sendova@gmail.com`

CONSTRUCTIONISM AS AN EDUCATIONAL PHILOSOPHY AND A CULTURE – A TRIBUTE TO SEYMOUR PAPERT

Evgenia Sendova

The paper is a tribute to Seymor Papert and his impact on the dissemination of Logo as a computer language, a computer environment of exploratory type, an educational philosophy and most of all, as a culture, in the setting of the Bulgarian educational system.

The development of a Bulgarian version of the Logo language, a Logo-based computer system (Geomland) and educational resources in support of *learning by doing* and *integration of school subjects* principles in the frames of an educational experiment (Research Group of Education, 1987–1999) are considered.

The spread of constructionist ideas at high-school and university levels are discussed. Based on some recent experience of the author within European educational projects involving Inquiry Based Mathematics and Science Education (e.g. *InnoMathEd, Fibonacci, Mascil, Scientix*), it is argued herein that Papert's vision about Mathland, the environment in which children learn mathematics as naturally as their native tongue, is achievable in the foreseeable future.