Горни и долни граници за екстремалната стойност на риска (extreme VaR): Оптимизация в безкрайно-мерни пространства от мерки

Стилян Стоев
Департамент по Статистика
Университетът на Мичиган, Ан Арбър
(съвместна работа с Боби Юен и Дан Кооли)

Абстракт

Когато многомерното разпределение на един портфейл от акции може да се моделира чрез правилно изменящо се вероятностно разпределение, теорията на екстремалните стойности позволява да се дефинира понятието екстремна стойност на риска (extreme value-at-risk). Това е граничното отношение на стойността на риска на портфейла спрямо даден референтен портфейл, когато рисковата вероятност клони към нула. Екстремната стойност на риска (ЕСР) е линеен интегрален функционал относно спектралната мярка [1,2]. Спектралната мярка е крайна мярка върху единичната сфера, която характеризира асимптотичното поведение на екстремните стойности на многомерното разпределение. Оценяването на ЕСР е трудна статистическа задача, защото спектралната мярка (особено за многомерни разпределения) е трудно да се оцени.

В този доклад, ще формулираме 2 оптимизационни задачи за намиране на долна и горна граница на интегралният функционал ЕСР, когато спектралната мярка варира в широко множество от почти всички възможни вероятностни разпределения върху сферата. Тези оптимизационни задачи ще включват краен брой ограничения, които могат да се оценят от налични наблюдения (данни). Ще получим общи характеризации на решенията, както и конкретни формули за тях в отделни случаи. Резултатите се базират на общата теория на линейното полу-безкрайно програмиране (linear semi-infinite programming) [4,5].

Предимството на този подход е, че той не зависи от конкретният модел (копула) и в този смисъл, може да се разглежда като моделно робастен и показва, че статистически задачи от този род са свързани с богатата област на оптимирането. Интересни приложни и теоретични задачи остават нерешени [3].

Литература

[1] Barbe, P., Fougères, A., & Genest, C. (2006). On the Tail Behavior of Sums of Dependent Risks. ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA, 36(2), 361-373. doi:10.2143/AST.36.2.2017926

[2] Yuen, R., Stoev, S., & Cooley, D. (2020) Distributionally robust inference for extreme Value-at-Risk, Insurance Mathematics and Economics, 92, 70-89.

[3] Janßen, A., Neblung, S, and Stoev, S. (2023) Tail-dependence, exceedance sets, and metric embeddings, Extremes (in print), https://arxiv.org/pdf/2212.01044.pdf

[4] M.A. Goberna and M.E. Lopez, Linear Semi-Infinite Optimization, Wiley, 1998.

[5] Dall'Aglio, M. (2001). On Some Applications of LSIP to Probability and Statistics. In: Goberna, M.Á., López, M.A. (eds) Semi-Infinite Programming. Nonconvex Optimization and Its Applications, vol 57. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3403-4_11