**TECHNISCHE UNIVERSITÄT - SOFIA**

**FAKULTÄT für DEUTSCHE**
**INGENIEUR-und BETRIEBSWIRTSCHAFTSAUSBILDUNG**

# FESTSTELLUNGSPRÜFUNG in HM2, WS2011

Name:........................

**Immatrikulation:....................**

**Aufgabe 1:** Zu konstruieren sei eine skalare Funktion $F(X) : \Re^2 \Longrightarrow \Re$, $X := (x,y)^T$, die KEINE Normfunktion ist. 6 Punkte

**Aufgabe 2:** Zu berechnen sei, durch Anwendung der Methode von Lagrange, der minimale, bzw, maximale Wert der Funktion

$$f(X) := (\prod_{j=1}^{n} x_j)^{1/n}$$

auf der Punktmenge

$$\sum := \{x_j \geq 0, j = 1, \cdots, n, \text{ und } x_1 + \cdots + x_n \leq 1, \};$$

$X := (x_1, ..., x_n)^T$. 6 Punkte

**Aufgabe 3:** Sei

$$f(x,y) := \begin{cases} xy\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & x^2+y^2 > 0, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Zu zeigen sei, dass

$$f_{xy}(0,0) \neq f_{yx}(0,0)$$

9 Punkte

**Hinweis:** Wende die Definition einer Ableitung an. Es gilt, wie bekannt, $f_{xy} := \frac{\partial}{\partial y} f_x$, bzw. $f_{yx} := \frac{\partial}{\partial x} f_y$.

**Aufgabe 4:** Sei

$$[\mathbf{D}](u) := u''(x) - 2xu'(x) + \lambda u(x)$$

wobei $\lambda$ eine feste reele Zahl ist.

Zu lösen seien, durch Anwendung der Potenzreihenmethode, die Anfangswertprobleme

a) $[\mathbf{D}](u) = 0,\ u(0) = u'(0) = 0, \lambda$ - beliebig.

b) $[\mathbf{D}](u) = 0,\ u(0) = 1, u'(0) = 0, \lambda = 2;$

c) $[\mathbf{D}](u) = 0,\ u(0) = 1, u'(0) = 0, \lambda = -2$

Bestimme, gegebenenfalls, den Konvergenzradius. 9 Punkte

**Aufgabe 5:** Sei

$$[\mathbf{D}](u) := x^2 u^{''}(x) + x u^{'}(x) + u(x).$$

Aufzuschreiben seien die allgemeinen Lösungen der Anfangswertprobleme

$$[\mathbf{D}](u) = \begin{cases} \ln(\ln x), & \text{für } x \leq 1, \\ \ln(\ln x), & \text{fü } rx > 1. \end{cases}$$

9 Punkte

**Aufgabe 6:** Sei das Gleichungssystem

$$\mathbf{u}'(x) = \mathcal{A} \bullet \mathbf{u}(x)$$

vorgegeben, $\mathbf{u}(x) : \Re \Longrightarrow \Re^3, \mathcal{A} \in \Re^{3\times 3}$,

$$\mathcal{A} := \begin{pmatrix} 1, & 0, & 0 \\ 2, & 1, & -2 \\ -3, & 2, & 1. \end{pmatrix}$$

a) löse numerisch das Anfangswertproblem $\mathbf{u}(0) = (1, 1, 1)^T$.

b) begründe den Lösungsweg. 9 Punkte

**Die Feststellungsprüfung gilt als erfolgreich abgelegt bei Vorlage mindestens einer gelösten Aufgabe.**